ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σελ. 65 σχολικού βιβλίου

Α2. Ορισμός σελ. 87 σχολικού βιβλίου

Α3. Ορισμός σελ. 27 σχολικού βιβλίου

Α4. **α. Λ**
β. Σ
γ. Σ
δ. Λ
ε. Σ

$\boxed{\text{ΘΕΜΑ Β}}$

$\boxed{\text{Β1}}$ Έχουμε $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1\right)' =$

$= \frac{1}{\cancel{3}}\cancel{3}x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$

$\boxed{\text{Β2}}$ Θέτουμε $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$x = 3$ ή $x = -1$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	Τ.Μ.	$\searrow$	Τ.Ε.	$\nearrow$	

Η f είναι γν. αύξουσα στα $A_1 = (-\infty, -1]$, $A_3 = [3, +\infty)$

και γν. φθίνουσα στο $A_2 = [-1, 3]$ και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0=-1$, το

$$f(-1)=\frac{1}{3}(-1)^3-(-1)^2-3\cdot(-1)+1=-\frac{1}{3}\cancel{-1}+3\cancel{+1}=$$
$$=\frac{8}{3}$$

και τοπικό ελάχιστο στο $x_0=3$, το

$$f(3)=\frac{1}{3}\cdot 3^3-3^2-3\cdot 3+1=\frac{27}{3}-9-9+1=$$
$$=-8$$

$\boxed{B3}$ Έστω (ε): $y=\lambda x+\beta$, (1) η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(0,f(0))$.

Έχουμε $\lambda=f'(0)=0^2-2\cdot 0-3=-3$ και

$y=f(0)=\frac{1}{3}\cdot 0^3-0^2-3\cdot 0+1=1$, συνεπώς η

σχέση (1) δίνει $1=-3\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \boxed{\beta=1}$

Άρα $\boxed{(\varepsilon):\ y=-3x+1}$

B4. $$\lim_{x\to -1}\frac{f'(x)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x+1}\ \overset{\frac{0}{0}}{=}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}(x-3)}{\cancel{x+1}}=\lim_{x\to -1}(x-3)=-4$$

$\boxed{\text{ΘΕΜΑ Γ}}$

$\boxed{\text{Γ1}}$ Έχουμε $\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \dfrac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4$

$\Leftrightarrow \dfrac{23+\kappa}{7} = 4 \Leftrightarrow 23+\kappa = 28 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 5}$

Για $\kappa = 5$. $4, 5, 4, 5, 0, 3, 7 \xrightarrow{\text{αύξουσα σειρά}}$

$$\underset{x_1}{0},\ \underset{x_2}{3},\ \underset{x_3}{4},\ \underset{x_4}{4},\ \underset{x_5}{5},\ \underset{x_6}{5},\ \underset{x_7}{7}$$

$\boxed{\text{Γ2}}$ Έχουμε $\nu = 7$ (περιττός), άρα

$$\delta = x_{\frac{7+1}{2}} = x_{\frac{8}{2}} = x_4 = 4$$

$\boxed{\text{Γ3}}$

$$\bullet\ s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{7}(x_i - \bar{x})^2}{7} = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + \cancel{(4-4)^2} + \cancel{(4-4)^2} + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7}$$

$$= \frac{16+1+1+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$\boxed{\Gamma 4}$ Υπολογίσαμε $s^2 = 4 \overset{s>0}{\Rightarrow} s = 2$

Άρα, $CV = \dfrac{s}{|\bar{x}|} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$ ή $50\% > 10\%$,

άρα, το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

$\boxed{\text{ΘΕΜΑ } \Delta}$

$\boxed{\Delta 1}$ Έχουμε $E = 100 \Leftrightarrow x \cdot y = 100 \overset{x,y>0}{\Leftrightarrow}$

$\boxed{y = \dfrac{100}{x}}$ (1)

Συνεπώς, $\Pi = 2x + 2y \overset{(1)}{\Rightarrow} \Pi(x) = 2x + \dfrac{2 \cdot 100}{x} =$

$= 2x + \dfrac{200}{x}, \ x > 0$

$\boxed{\Delta 2}$ • $\Pi'(x) = \left(2x + \dfrac{200}{x}\right)' = 2 \cdot 1 - 200 \cdot \dfrac{1}{x^2} =$

$= \dfrac{2}{1} - \dfrac{200}{x^2} = \dfrac{2x^2 - 200}{x^2} =$

$= \dfrac{2(x^2 - 100)}{x^2}, \ x > 0$

Θέτουμε $\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \overset{x>0}{\Leftrightarrow}$

$\boxed{x = 10}$

x	0		10		$+\infty$
Π'		$-$	0	$+$	
Π		$\searrow$		$\nearrow$	

Άρα, Π γν. φθίνουσα στο $A_1 = (0, 10]$, γν. αύξουσα στο $A_2 = [10, +\infty)$ και παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0 = 10$, την $\Pi_{min}(10) = 2 \cdot 10 + \dfrac{200}{10} = 40$ cm όταν $x=10$ και $y=\frac{100}{10}=10$, δηλαδή όταν το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο πλευράς 10 cm.

Δ3 $\Pi: \downarrow A_1=(0,10]$

- $x_1<x_2 \Rightarrow \Pi(x_1)>\Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1)-\Pi(x_2)>0$.

Επιπλέον, $x_1-x_2<0$, άρα $A=\frac{\Pi(x_1)-\Pi(x_2)}{x_1-x_2}<0$

Δ4 $\lim\limits_{x\to 10}\frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x}-10}=\lim\limits_{x\to 10}\frac{\frac{2(x^2-100)}{x^2}}{\sqrt{10x}-10}=$

$$=\lim_{x\to 10}\frac{2(x^2-100)}{x^2(\sqrt{10x}-10)}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 10}\frac{2(x+10)(x-10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2(\sqrt{10x}-10)(\sqrt{10x}+10)}$$

$$=\lim_{x\to 10}\frac{2(x+10)(x-10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2(\sqrt{10x}^2-10^2)}=$$

$$=\lim_{x\to 10}\frac{2(x+10)(x-10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2(10x-100)}=$$

$$=\lim_{x\to 10}\frac{2(x+10)\cancel{(x-10)}(\sqrt{10x}+10)}{10x^2\cancel{(x-10)}}=$$

$$=\lim_{x\to 10}\frac{2(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{10x^2}=\frac{2\cdot(10+10)(\sqrt{10\cdot 10}+10)}{10\cdot 10^2}=\frac{40\cdot 20}{1000}=\frac{800}{1000}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$