

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

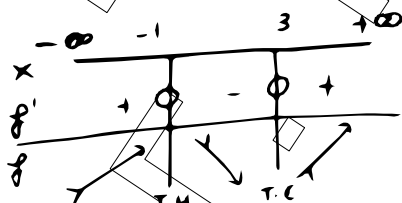
ΘΕΜΑ Α

- A1. Απόδειξη σελ. 65 σχολικού βιβλίου
- A2. Ορισμός σελ. 87 σχολικού βιβλίου
- A3. Ορισμός σελ. 27 σχολικού βιβλίου
- A4. α. Λ
β. Σ
γ. Σ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1 Έχουμε $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1\right)' =$
 $= \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$

B2 Θέτουμε $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 3 \quad \vee \quad x = -1$



Η f είναι γν. αύξουσα στα $A_1 = (-\infty, -1]$, $A_2 = [3, +\infty)$
 και γν. φθίνουσα στα $A_3 = [-1, 3]$ και

παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 = -1$, το

$$f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) + 1 = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 1 = \frac{8}{3}$$

και τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = 3$, το

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = \frac{27}{3} - 9 - 9 + 1 = -8$$

B3 Έστω (ε): $y = \lambda x + \beta$, ① η εφαπτομένη της

cf στο σημείο $A(0, f(0))$.

Έχουμε $\lambda = f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$ και

$$y = f(0) = \frac{1}{3} \cdot 0^3 - 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1, \text{ συνεπώς η}$$

σχέση ① δίνει $1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \boxed{\beta = 1}$

Άρα $\boxed{(ε): y = -3x + 1}$

B4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} \stackrel{0/0}{=} \dots$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Έχουμε $\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+k+0+3+7}{7} = 4$

$\Leftrightarrow \frac{23+k}{7} = 4 \Leftrightarrow 23+k = 28 \Leftrightarrow k=5$

Για $k=5$. 4, 5, 4, 5, 0, 3, 7 αύξουσα σειρά

0, 3, 4, 4, 5, 5, 7
" " " " " " "
 x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7

Γ2) Έχουμε $v=7$ (περίστος), άρα

$\delta = x_{\frac{7+1}{2}} = x_{\frac{8}{2}} = x_4 = 4$

Γ3)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}{7} = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7} = \frac{16+1+1+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$\Gamma 4$ Υπολογίσαμε $s^2 = 4 \xrightarrow{s > 0} s = 2$

Άρα, $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \hat{=} 50\% > 10\%$,

άρα, το δείγμα δεν είναι ομογενές.

ΘΕΜΑ Δ

$\Delta 1$ Έχουμε $E = 100 \Leftrightarrow x \cdot y = 100 \Leftrightarrow$

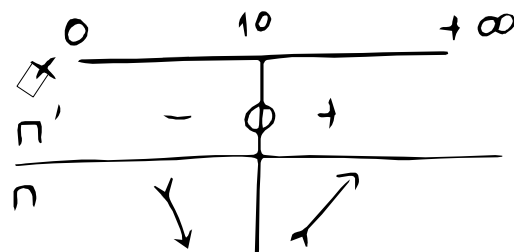
$y = \frac{100}{x} \quad (1)$

Συνεπώς, $\pi = 2x + 2y \Rightarrow \pi(x) = 2x + 2 \cdot \frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x}, x > 0$

$\Delta 2$ $\cdot \pi'(x) = \left(2x + \frac{200}{x} \right)' = 2 \cdot 1 - 200 \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{2}{1} - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2} = \frac{2(x^2 - 100)}{x^2}, x > 0$

Θέτουμε $\pi'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x > 0$

$x = 10$



Άρα, π γν αύξουσα στο $A_1 = (0, 10]$, γν αύξουσα στο $A_2 = [10, +\infty)$ και παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0 = 10$, οπ $\pi_{\min}(10) = 2 \cdot 10 + \frac{200}{10} = 40 \text{ cm}$

οταν $x=10$ και $y = \frac{100}{10} = 10$, δηλαδή οταν το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο η πλευρά 10 cm.

$\Delta 3$. $x_1 < x_2 \Rightarrow \pi(x_1) > \pi(x_2) \Leftrightarrow \pi(x_1) - \pi(x_2) > 0$.

Επιπλέον, $x_1 - x_2 < 0$, ορα $A = \frac{\pi(x_1) - \pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$

$\Delta 4$ $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)}$

$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(x-10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)}$

$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(x-10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x}^2 - 10^2)} =$

$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(x-10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} =$

$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(x-10)^2(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2(x-10)} =$

$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2} = \frac{2 \cdot (10+10)(\sqrt{10 \cdot 10} + 10)}{10 \cdot 10^2} = \frac{40 \cdot 20}{1000}$