ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2019

ΜΑΘΗΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι- ΕΠΑΛ

ΩΡΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ

12:15

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:	*.08. / .06. / 2019*
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι - ΕΠΑΛ**

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α₁. Σχολικό βιβλίο σελ. 28

Α₂. α) Σχολικό βιβλίο σελ. 59

β) Σχολικό βιβλίο σελ. 59

Α₃. 1) Λ, 2) Σ, 3) Λ, 4) Λ, 5) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β₁. Η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι: $s^2 = 4 \Leftrightarrow s = 2$

$$C.V = \frac{s}{\bar{x}} \Leftrightarrow \frac{20}{100} = \frac{2}{\bar{x}} \Leftrightarrow \bar{x} = 10$$

Β₂. $\bar{x} = 10 \Leftrightarrow \dfrac{11+7+\kappa+13+11+10}{6} = 10 \Leftrightarrow \dfrac{52+\kappa}{6} = 10 \Leftrightarrow$

$$\frac{52+\kappa}{6} = 10 \Leftrightarrow 52+\kappa = 60 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 8}$$

Β₃. Για την διάμεσο διατάσσουμε τις παρατηρήσεις κατά αύξουσα σειρά:

7, 8, 10, 11, 11, 13

$$\delta = \frac{10+11}{2} = 10,5$$

Για το εύρος των παρατηρήσεων έχουμε: $R = 13 - 7 = 6$

Β₄. Από βασική εφαρμογή του σχολικού η νέα μέση τιμή και τυπική απόκλιση είναι:

$\bar{x}' = \bar{x} - 2 = 8$

$s' = s = 2$

Ο συντελεστής μεταβολής του νέου δείγματος είναι: $C.V = \dfrac{s'}{\bar{x}'} = \dfrac{2}{8} = 25\%$

Επειδή CV>10% το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁. $f(x)=\sqrt{x^2-2x+10}$

$$f'(x)=\frac{(x^2-2x+10)'}{2\sqrt{x^2-2x+10}}=\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+10}}=\frac{2(x-1)}{2\sqrt{x^2-2x+10}}=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$$

Γ₂. $f'(x)>0 \Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f′		-	0	+	
f		↘	E	↗	

Η f΄(χ)>0 για κάθε $x\in(1,+\infty)$ άρα η f γνησίως αύξουσα στο $[1,+\infty)$

Η f΄(χ) <0 για κάθε $x\in(-\infty,1)$ άρα η f γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,1]$

$f(1)=3\sqrt{1^2-2\cdot1+10}=\sqrt{9}=3$

Για κάθε $x>1 \overset{\nearrow}{\Leftrightarrow} f(x)>f(1)\Leftrightarrow f(x)>3$

Για κάθε $x<1 \overset{\searrow}{\Leftrightarrow} f(x)<f(1)\Leftrightarrow f(x)>3$

Συνεπώς για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύει: $f(x)\geq f(1)\Leftrightarrow f(x)\geq 3$

Γ₃. $f(5)=\sqrt{5^2-2\cdot5+10}=\sqrt{25}=5$

$$f'(5)=\frac{5-1}{\sqrt{5^2-2\cdot5+10}}=\frac{4}{5}$$

Έστω $(\varepsilon): y=\alpha x+\beta$ η εξ. της εφαπτομένης της C_f στο $M(5,5)$ σημείο της.

$\alpha=f'(5)=\frac{4}{5}$ άρα $y=\frac{4}{5}x+\beta$

$M\left(5,\frac{4}{5}\right)\in(\varepsilon): 5=\frac{4}{5}\cdot5+\beta\Leftrightarrow \boxed{\beta=1}$

$$\boxed{(\varepsilon): y=\frac{4}{5}x+1}$$

Γ₄. Για χ=0 έχουμε: $y=\frac{4}{5}\cdot0+1=1$ συνεπώς η εφαπτομένη τέμνει τον y΄y στο $B(0,1)$

$y=0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{4}$ άρα η εφαπτομένη τέμνει τον x΄x στο σημείο $A\left(-\frac{5}{4},0\right)$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για $\lambda=3$ έχουμε: $f(x)=x^3-3x^2+3x$

$$f'(x)=\left(x^3-3x^2+3x\right)'=\left(x^3\right)'+\left(-3x^2\right)'+(3x)'=3x^2-6x+3=3\left(x^2-2x+1\right)=3(x-1)^2\geq 0$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f΄	+	0	+
f	↗		↗

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στο R .

$$\frac{3}{8}<\frac{5}{6}\overset{\nearrow}{\Leftrightarrow} f\left(\frac{3}{8}\right)<f\left(\frac{5}{6}\right)$$

Δ2. . $$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x^2-x\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)x(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)x}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{(x-1)x}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3\left(\sqrt{x}+1\right)}{x}=\frac{3\left(\sqrt{1}+1\right)}{1}=3\cdot 2=6$$

Δ3. $f΄(x)=3x^2-6x+3$

$f΄΄(x)=6x-6$

$f΄΄(x)>0 \Leftrightarrow 6x-6>0 \Leftrightarrow x>1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f΄΄	-	0	+
f΄	↘	E	↗

Ο συντελεστής διεύθυνσης ελαχιστοποιείτε για x=1

Δ4. $f'(x)=3x^2-6x+\lambda$

$\Delta=(-6)^2-4\cdot 3\cdot\lambda=36-12\lambda$

Αν $\Delta>0$ τότε η $f'(x)=0$ έχει ρίζες και αλλάζει πρόσημο συνεπώς παρουσιάζει ακρότατα

Αν $\Delta<0$ τότε $f'(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ άρα η f γνησίως αύξουσα και δεν παρουσιάζει ακρότατα

Αν $\Delta=0$ τότε $f'(x)\geq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ άρα η f γνησίως αύξουσα και δεν παρουσιάζει ακρότατα

Συνεπώς θα πρέπει: $\Delta\leq 0\Leftrightarrow 36-12\lambda\leq 0\Leftrightarrow\lambda\geq 3$

Άρα η μικρότερη τιμή της f για την οποία δεν παρουσιάζει ακρότατα είναι λ=3