ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β)

Α2 γ)

Α3 α)

Α4 γ)

Α5 α) Λ
β) Σ
γ) Λ
δ) Σ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1) $U_s = \frac{U_H}{20}$

f_1, f_2

$f_1 = \frac{U_H}{U_H + U_s} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{U_H}{U_H + \frac{U_H}{20}} f_s$

$\Rightarrow f_1 = \frac{U_H}{\frac{21 U_H}{20}} f_s \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{20}{21} f_s}$ (1)

Κατά την κρούση $\vec{P}_{ολ}(πριν) = \vec{P}_{ολ}(μετά) \Rightarrow m \cdot U_s = (m+m) V_K$

$\Rightarrow V_K = \frac{U_s}{2} \Rightarrow \boxed{U_K = \frac{U_H}{40}}$ (2)

Άρα $f_2 = \frac{U_H}{U_H + V_K} f_s \overset{(2)}{\Rightarrow} f_2 = \frac{U_H}{U_H + \frac{U_H}{40}} f_s \Rightarrow f_2 = \frac{U_H}{\frac{41}{40} U_H} f_s$

$\Rightarrow \boxed{f_2 = \frac{40}{41} \cdot f_s}$ (3)

Διαίρεση κατά μέλη των (1) και (3) ~~έχω~~

$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} \cancel{f_s}}{\frac{40}{41} \cancel{f_s}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\cancel{20} \cdot 41}{\cancel{40} \cdot 21} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$

Σωστό το ii.

B2) $B \rightsquigarrow \Gamma \qquad A_1 = 2A_2$

h

$A_3 = \frac{A_2}{2}$

Bernoulli $\Delta \to \Gamma$: $P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot u_\Delta^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_\Gamma^2$

$\Rightarrow P_\Delta = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho(u_\Gamma^2 - u_\Delta^2)$ (1)

Εξίσωση συνέχειας $\Pi_\Delta = \Pi_\Gamma \Rightarrow A_1 \cdot u_\Delta = A_2 \cdot u_\Gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cancel{A_2} u_\Delta = \cancel{A_2} u_\Gamma \quad \Rightarrow 2u_\Delta = u_\Gamma$: (2)

$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} P_\Delta = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho(4u_\Delta^2 - u_\Delta^2) \Rightarrow P_\Delta = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho 3u_\Delta^2$

$\Rightarrow P_\Delta = P_{atm} + \frac{3}{2}\rho u_\Delta^2$ (3).

Στον κατακόρυφο σωλήνα: $P_\Delta = P_{atm} + \rho \cdot g h$ (4)

$(3),(4) \Rightarrow \cancel{P_{atm}} + \rho g h = \cancel{P_{atm}} + \frac{3}{2}\rho u_\Delta^2$

$\Rightarrow h = \frac{3}{2} \frac{u_\Delta^2}{g}$ (4) $\Rightarrow h = \frac{3}{2} \frac{u_\Gamma^2}{4g}$ (4) $\Rightarrow \boxed{h = \frac{3u_\Gamma^2}{8g}}$ (5

Ίδια επίσης $\Pi_\Gamma = \Pi_Z \Rightarrow A_2 \cdot u_\Gamma = A_3 \cdot u_Z \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{A_2} u_\Gamma = \frac{\cancel{A_2}}{2} u_Z \Rightarrow u_Z = 2u_\Gamma$ (6)

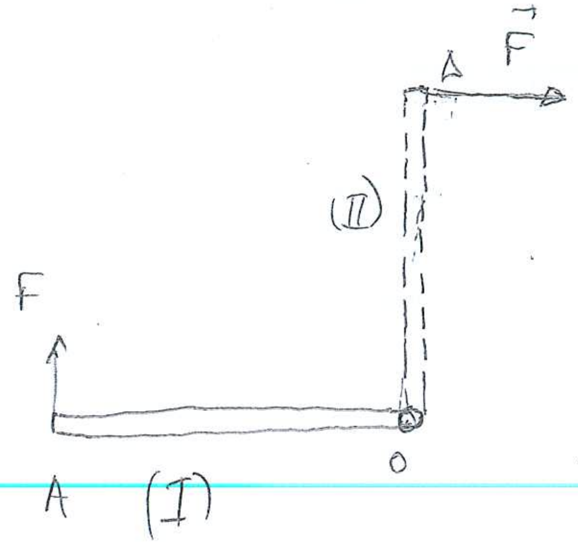
Bernoulli από την επιφάνεια του υγρού το δοχείο μέχρι το u_Z

$\cancel{P_{atm}} + \rho g H = \cancel{P_{atm}} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_Z^2 \Rightarrow gH = \frac{u_Z^2}{2} \Rightarrow H = \frac{u_Z^2}{2g}$

$\overset{(6)}{\Rightarrow} \boxed{H = \frac{4u_\Gamma^2}{2g} = \frac{2u_\Gamma^2}{g}}$ (7).

(5),(7) $\frac{h}{H} = \frac{3\frac{\upsilon_0^2}{8g}}{2\frac{\upsilon_0^2}{g}} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$ (iii)

B3



ΘΜΚΕ (I → II)

$K_{II} - \cancel{K_I} = W_F \Rightarrow$

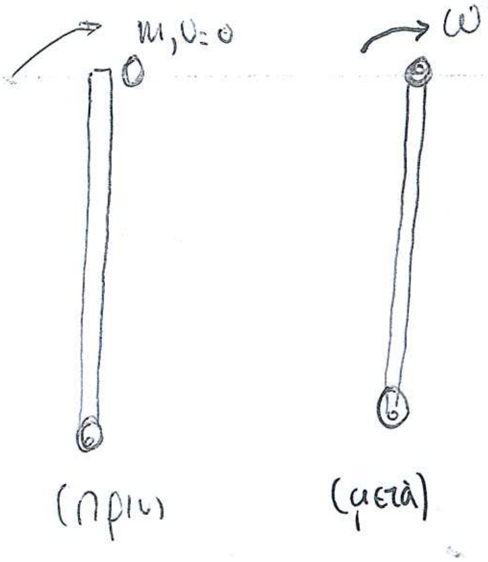
$\frac{1}{2} I \omega^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2}\frac{1}{3} M L^{\cancel{2}} \omega^2 = F \cancel{L} \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{6} M L \omega^2 = \frac{F\pi}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 1 \cdot \omega^2 = 9\pi \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}\omega^2 = \frac{9\pi^2}{\cancel{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega^2 = 9\pi^2 \Rightarrow \boxed{\omega = 3\pi \text{ rad/s}}$



Α.Δ.Σ

$\vec{L}_{ολ}(πριν) = \vec{L}_{ολ}(μετά) \Rightarrow$

$I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Rightarrow$

$\frac{1}{3} M L^2 \cdot \omega = \left(\frac{1}{3} M L^2 + m L^2\right) \omega'$

$\frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} \cdot 1^2 \cdot \frac{3\pi}{2} = \left(\frac{\cancel{1}}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} \cdot 1^2 + 1 \cdot 1^2\right) \cdot \omega'$

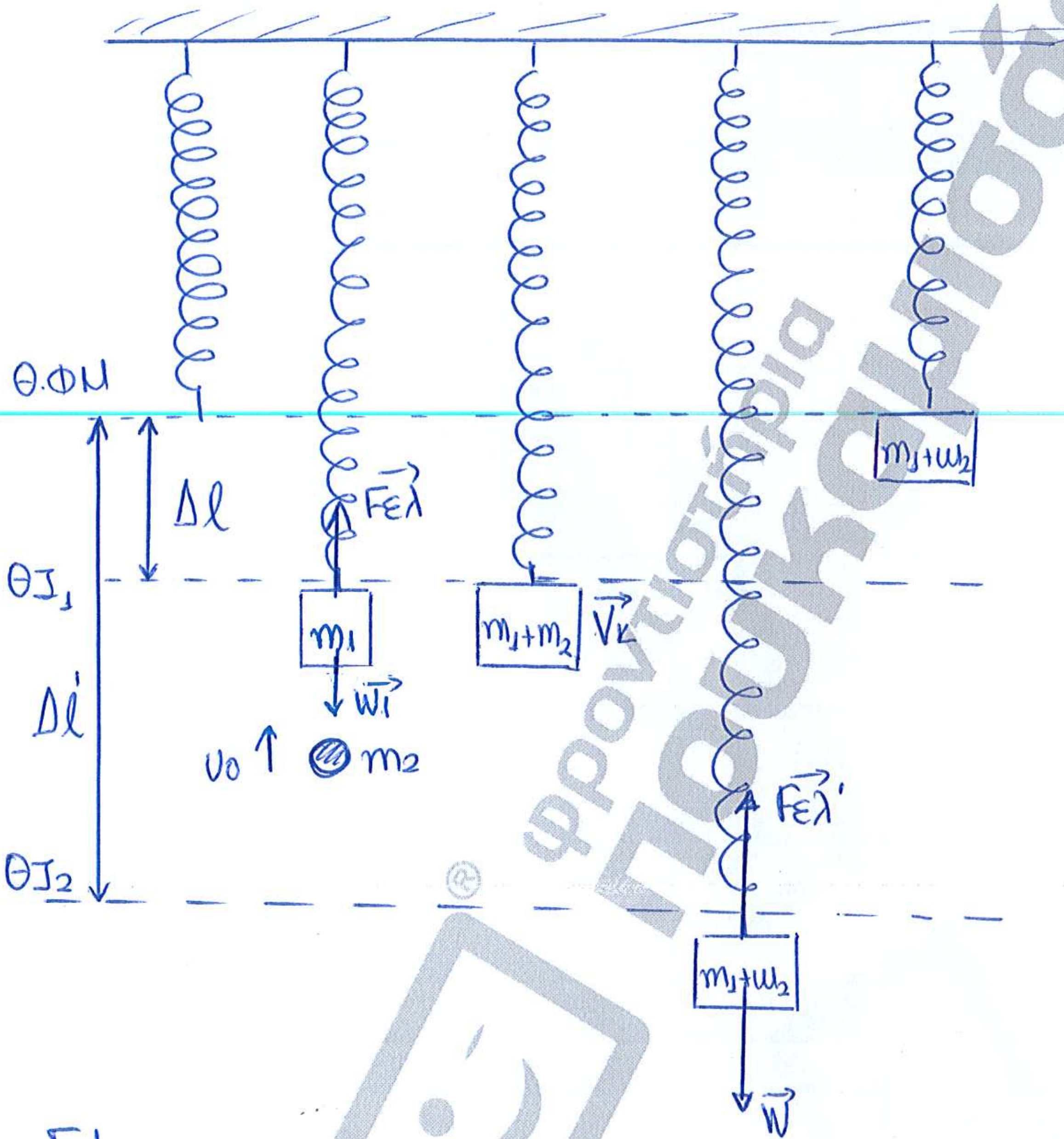
$3\pi = 2\omega' \Rightarrow \boxed{\omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s}}$

όμως

$\theta = \omega' \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{2}} = \frac{3\cancel{\pi}}{\cancel{2}} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3}$ sec

άρα σωστό το (ii)

ΘΕΜΑ Γ



Γ1

Στη ΘΙ$_1$: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_1 \Rightarrow k \cdot \Delta l = m_1 \cdot g \Rightarrow k = \dfrac{m_1 g}{\Delta l} = \dfrac{10}{0{,}05} \Rightarrow$

$\boxed{k = 200\ N/m}$

Στη ΘΙ$_2$: $F_{ελ}' = w \Rightarrow k\Delta\ell' = (m_1+m_2)g \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

$\Rightarrow \Delta\ell' = \frac{20}{200} \Rightarrow \boxed{\Delta\ell' = 0{,}1m}$

Εφόσον το συσσωμάτωμα φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. $\boxed{\Delta\ell' = A = 0{,}1m}$

Γ2) Εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο $(\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0)$ εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο

$$\vec{P}_{ολ_{ΑΡΧ}} = \vec{P}_{ολ_{ΤΕΛ}} \Rightarrow \boxed{m_2 u_0 = (m_1+m_2)V_K} \quad (1)$$

Η θέση έναρξης της ταλάντωσης απέχει από ΘΙ$_2$ απόσταση x.

Α.Δ.Ε.Τ $\quad E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_K^2 + \frac{1}{2}kx^2$

$$\Rightarrow V_K = \sqrt{\frac{k(A^2-x^2)}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{200(0{,}1^2-0{,}05^2)}{2}} = 0{,}5\sqrt{3}\ m/s$$

$$\Rightarrow \boxed{V_K = 0{,}5\sqrt{3}\ m/s}$$

$$(1) \Rightarrow u_0 = \frac{(m_1+m_2)V_K}{m_2} = \frac{2\cdot 0{,}5\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}\ m/s \Rightarrow \boxed{u_0 = \sqrt{3}\ m/s}$$

$$K_{APX_{\Sigma_2}} = \frac{1}{2} m_2 u_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}^2 = 1,5 J$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{APX_{\Sigma_2}} = 1,5 J}$$

Γ3) $\Delta \vec{p}_{\Sigma_2} = \vec{p}\,'_{\Sigma_2} - \vec{p}_{\Sigma_2} \Rightarrow \Delta p_{\Sigma_2} = m_2 V_K - m_2 \cdot u_0 \Rightarrow$

$\Delta p_{\Sigma_2} = 0,5\sqrt{3} - \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\Delta p_{\Sigma_2} = -0,5\sqrt{3}\ kgm/s} \Rightarrow$

$$\boxed{|\Delta p_{\Sigma_2}| = 0,5\sqrt{3}\ kgm/s}$$

με κατευθυνση αντίθετα της αρχικής ταχυτητας u_0 (προς την αρνητική κατεύθυνση).

Γ4) $x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{200}{2}} \Rightarrow \boxed{\omega = 10 r/s}$

$t=0 \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 0,05m \\ u > 0 \end{array}\right\}$ $x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow$

$\Rightarrow 0,05 = 0,1\eta\mu\phi_0 \Rightarrow$

$\eta\mu\phi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\phi_0 = \frac{\pi}{6}\ rad}$

$$\boxed{x = 0{,}1\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (SI)}$$

<u>2ος</u> Τρόπος Για την αρχική φάση

εύρεση με χρήση του περιστρεφόμενου διανύσματος

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

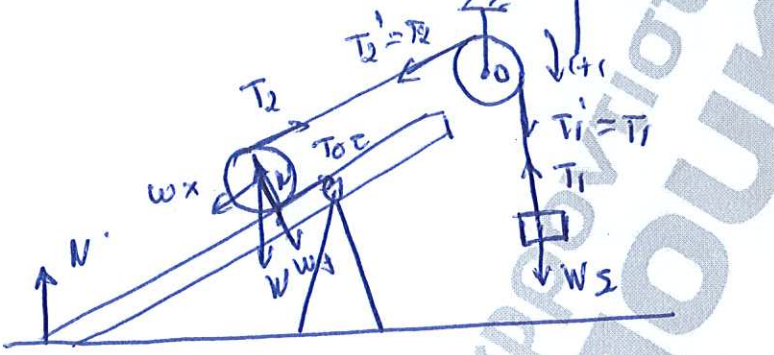
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Δ



Δ1

Σώμα Σ.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 = W \Rightarrow T_1 = m_\Sigma \cdot g \Rightarrow \boxed{T_1 = 20\,N}$

Τροχαλία.

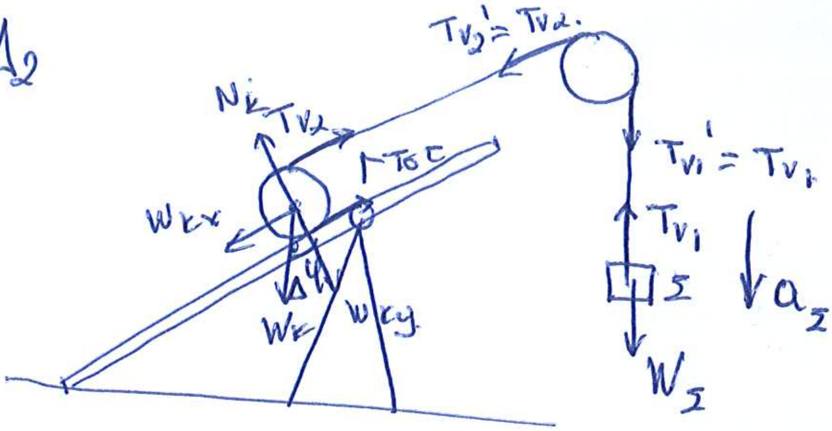
$\Sigma\tau_O = 0 \Rightarrow T_1' R_T - T_2' R_T = 0 \Rightarrow T_2' = 20\,N = T_2$.

Κύλινδρος.

$\Sigma\tau_K = 0 \Rightarrow T_2 R_K - T_{\sigma\tau} R_K = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 20\,N$.

κ' $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F + m_K g \eta\mu\varphi - T_2 - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow \boxed{F = 30\,N}$

Δ2



Κύλινδρος.

$Στ = I_κ a_{γων κ}$

$\Sigma F_x = M_κ a_{cm}$

$T_{ν2} \cancel{R_κ} - T_{στ} \cancel{R_κ} = \frac{1}{2} M_κ R_κ^{\cancel{2}} a_{γων}$ (1)

$T_{ν2} + T_{στ} - W_{κx} = M_κ a_{cm_κ}$ (2).

$a_{cm κ} = a_{γων} R_κ$ (3)

$1 \overset{(3)}{\Longrightarrow} T_{ν2} - T_{στ} = \frac{1}{2} M_κ \cdot a_{cm κ}$

$2 \Longrightarrow T_{ν2} + T_{στ} - M_κ g ημφ = M_κ a_{cm κ}$ } +

$$\boxed{2T_{ν2} - M_κ g ημφ = \frac{3}{2} M_κ a_{cm κ}}\ (4)$$

Τροχαλία.

$Στ = I_Τ \cdot a_{γων Τ}$

$T_{ν1} \cancel{R_Τ} - T_{ν2} \cancel{R_Τ} = \frac{1}{2} M_Τ R_Τ^{\cancel{2}} a_{γων Τ}$ (5)

Σ1

$\Sigma F_x = M_Σ \cdot a_Σ$

$M_Σ g - T_{ν1} = M_Σ a_Σ$ (6)

$\cdot\ a_\Sigma = a_{\gamma\omega\nu_T} R_T = 2a_{cm}.$

$$(5) + (6) \Rightarrow \boxed{m_\Sigma g - T_{v_2} = \frac{1}{2} M_T a_\Sigma + M_\Sigma a_\Sigma} \quad (7)$$

$$4 \Rightarrow 2T_{v_2} - M_K g \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} M_K a_{cm(K)}. \Rightarrow$$

$$\boxed{2T_{v_2} - M_K g \eta\mu\varphi = \frac{3}{4} M_K a_\Sigma},$$

$$7 \Rightarrow 2\left(M_\Sigma g - \frac{1}{2} M_T a_\Sigma - M_\Sigma a_\Sigma\right) - M_K g \eta\mu\varphi$$

$$= \frac{3}{4} M_K a_\Sigma \Rightarrow \boxed{a_\Sigma = 4\ m/s^2}$$

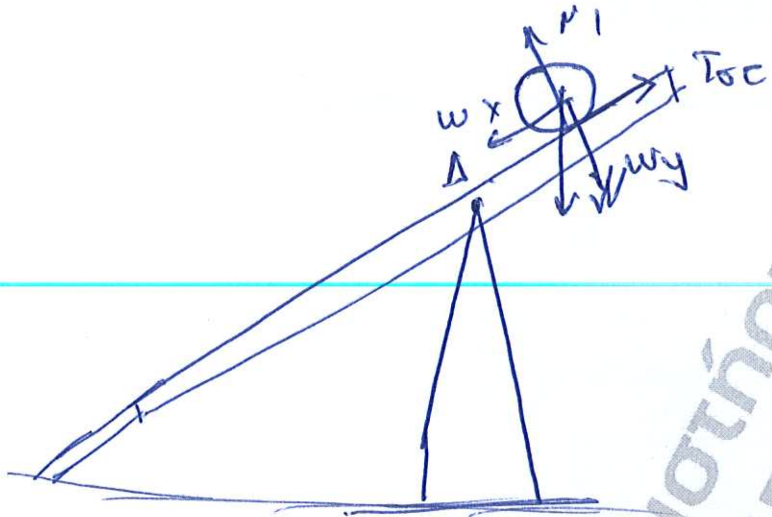
$$a_{cm} = \frac{a_\Sigma}{2} = 2\ m/s^2.$$

3

Δ3. Για $t_1 = 0,5$ cm.

$$v_{0cm} = a_{cm} t_1 = 1\ m/s$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 = 0,25\ m$$



$$\Sigma\tau = I_{\kappa}\, a_{\gamma\omega\nu.\kappa}$$

$$T_{\sigma\tau} \cdot R_{\kappa} = \frac{1}{2} M_{\kappa} R_{\kappa}^2\, a_{\gamma\omega\nu\,\kappa}$$

$$T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} M_{\kappa}\, a'_{cm\kappa} \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = M_{\kappa} a_{cm}$$

$$M_{\kappa} g\, \eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = M_{\kappa} a'_{cm} \quad (2)$$

$$a_{cm\kappa} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R_{\kappa}$$

$(1)+(2) \Rightarrow$ $\cancel{T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}}$ $M_{\kappa} g\, \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} M_{\kappa} a'_{cm} \Rightarrow$

$$a'_{cm\kappa} = \frac{10}{3}\ m/s^2$$

$$\overset{0}{v_{\tau\varepsilon\lambda}} = v_0 - a'_{cm}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_{0cm}}{a'_{cm}} = 0,3\ s.$$

4

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΠΡΟΧΕΙΡΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

$t_2 = t_1 + 0{,}3\ s \Rightarrow t_2 = 0{,}8\ s.$

Δ4).

$\Delta x_{cm}' = v_{o\,cm}\,\Delta t - \frac{1}{2} a_{cm}\,\Delta t^2 \Rightarrow$

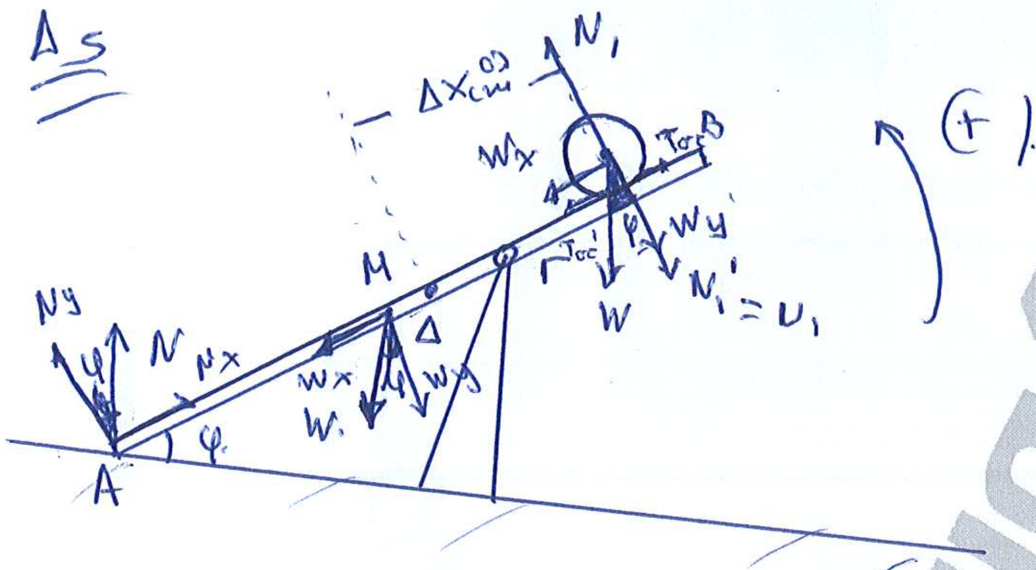
$\Delta x_{cm}' = 1 \cdot 0{,}3 - \frac{1}{2}\,\frac{10}{3}\,0{,}3^2 \Rightarrow$

$\boxed{\Delta x_{cm}' = 0{,}15\ m}$

$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_{cm} + \Delta x_{cm}' = 0{,}4\ m.$

5

Δ5



$\Sigma_{\tau(\Gamma)} = 0 \Rightarrow -N\cdot(A\Gamma)\,\text{συνφ} + Mg\,\text{συνφ}\,(\Gamma M)$

$- N_1\,(\Delta x_{cm}^{01} - \Gamma\Delta) = 0 \Rightarrow$

$-N(\ell - \Delta x_{cm}^{01})\,\text{συνφ} + Mg\,\text{συνφ}\left(\frac{\ell}{2} - B\Gamma\right) -$

$N_1(\Delta x_{cm\,01} - \Gamma\Delta)\,\text{συνφ} = 0 \Rightarrow$

$-N(\ell - \Delta x_{cm}^{01})\,\text{συνφ} + Mg\,\text{συνφ}\left(\frac{\ell}{2} - B\Gamma\right) - M_1 g\,\text{συνφ}\,\cdot$

$(\Delta x_{cm\,01} - \Gamma\Delta) = 0 \Rightarrow$

$N = 2,4\,N \neq 0$. δεν θα

ανατραπεί.

2ος τρόπος

Έστω ότι η ράβδος ανατρέπεται όταν ο κύλινδρος έχει ανέλθει σε απόσταση x από το σημείο Γ.

Για τον κύλινδρο στον άξονα y' έχουμε

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W_{\kappa y} = 0 \Rightarrow N = W_{\kappa y} \Rightarrow N = M_\kappa g \cdot \text{συνφ}$

Η δύναμη N' που δέχεται η ράβδος από τον κύλινδρο λόγω δράσης-αντίδρασης θα είναι $N' = N = M_\kappa \cdot g \cdot \text{συνφ}$.

Όταν η ράβδος ανατρέπεται οριακά δεν ασκείται δύναμη από το δάπεδο, οπότε λόγω ισορροπίας έχουμε:

$$\Sigma \tau^{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \tau_{W_\rho}^{(\Gamma)} + \tau_{N'}^{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{\rho y}\left(\frac{L}{2} - (\Gamma B)\right) - N' x = 0$$

$$\Rightarrow M_\rho \cdot g \cdot \text{συνφ}\left(\frac{L}{2} - (\Gamma B)\right) = N' \cdot x$$

$$\Rightarrow M_\rho \cdot g \cdot \text{συνφ}\left(\frac{L}{2} - (\Gamma B)\right) = M_\kappa \cdot g \cdot \text{συνφ} \cdot x$$

$$\xRightarrow{M_\rho = M_\kappa} x = \frac{L}{2} - \Gamma B \Rightarrow x = 2 - 1{,}5 \Rightarrow x = 0{,}5\,m$$

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι ο κύλινδρος ξεκίνησε από τη θέση Δ και διένυσε απόσταση $\Delta x_{\alpha 1} = 0{,}4\,m$ τότε προκύπτει ότι σταματά σε θέση που απέχει από το σημείο Γ απόσταση $d = \Delta X_{ολ} - (ΓΔ)$

$\Rightarrow d = 0{,}4 - 0{,}2 \Rightarrow d = 0{,}2m.$

Συνεπώς αφού $d < x$ η ρέβδος δεν ανατρέπεται