ΘΕΜΑ Α

Α1. γ , Α2. α , Α3. γ , Α4. δ

Α5. α) Σωστό

β) Λάθος

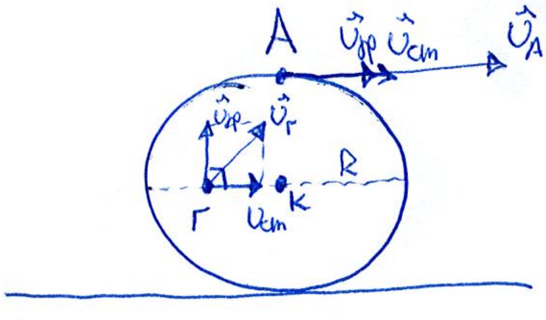
γ) Σωστό

δ) Σωστό

ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Για το Α ισχύει ως σημείο περιφέρειας τροχού που εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, ότι $v_{cm} = v_{γρ_A} = \omega R$. Οπότε

$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{γρ} \xRightarrow{//} v_A = v_{cm} + v_{γρ} \Rightarrow$

$v_A = 2v_{cm} = 2\omega R$

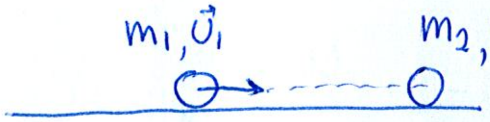
Για το Γ ισχύει:

$\vec{v}_Γ = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{γρ_Γ} \xRightarrow{\perp} v_Γ = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{γρ_Γ}^2} = \sqrt{\omega^2 R^2 + \omega^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2} \Rightarrow$

$v_Γ = \sqrt{\frac{5}{4}\omega^2 R^2} \Rightarrow v_Γ = \frac{\sqrt{5}}{2}\omega . R$

Οπότε $\frac{v_Γ}{v_A} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\omega R}{2\omega R} \Rightarrow \boxed{\frac{v_Γ}{v_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}}$ Σωστή απάντηση η iii)

B2.



Κεντρική ελαστική

Από σύστημα εξισώσεων ΑΔΟ και ΑΔΚΕ :

$$υ_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} υ_1 \quad \text{και} \quad υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} υ_1$$

Η μεταφερόμενη ενέργεια ισούται με $E_{μετ.} = ΔK_2 = -ΔK_1$

Άρα το ποσοστό $Π_1\% = \frac{K_{1αρχ} - K_{1τελ}}{K_{1αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$Π_1\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 υ_1^2 - \cancel{\frac{1}{2}} m_1 υ_1'^2}{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 υ_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow Π_1\% = \frac{υ_1^2 - υ_1'^2}{υ_1^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{υ_1^2} - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \cancel{υ_1^2}}{\cancel{υ_1^2}} \cdot 100\% \Rightarrow Π\% = 1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$Π\% = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow Π\% = \frac{\cancel{m_1^2} + 2m_1 m_2 + \cancel{m_2^2} - \cancel{m_1^2} + 2m_1 m_2 - \cancel{m_2^2}}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow Π_1\% = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \quad (1)$$

Κεντρική ελαστική

$$υ_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} υ_2 \quad \text{και} \quad υ_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot υ_2$$

Το ποσοστό $\Pi_2\% = \frac{-\Delta K_2}{K_{2αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_2\% = \frac{\cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m_2}\upsilon_2^2 - \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m_2}\upsilon_2'^2}{\cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m_2}\upsilon_2^2} \cdot 100\% = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_2'^2}{\upsilon_2^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{\cancel{\upsilon_2^2} - \frac{(m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot \cancel{\upsilon_2^2}}{\cancel{\upsilon_2^2}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

Δηλαδή $\Pi_1\% = \Pi_2\%$

Σωστή απάντηση η ii)

Β3

Αφού η ελεύθερη επιφάνεια σταθεροποιείται

$$\Pi_{\beta\rho} = \Pi_0 \Rightarrow \Pi_{\beta\rho} = A \cdot \upsilon_0 \quad (1)$$

Το βεληνεκές $s = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (2)

Το μήκος ΕΖ της ράβδου είναι $\frac{s}{2} = \frac{\upsilon_0}{2}\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$

και αφού το νερό διέρχεται οριακά απ' το Ζ ισούται με την οριζόντια απόσταση του νερού εκείνη τη στιγμή. $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = \upsilon_0\sqrt{\frac{2(h_2-h_1)}{g}}$ (3)

Δηλαδή $\frac{s}{2} = x_1 \Rightarrow$

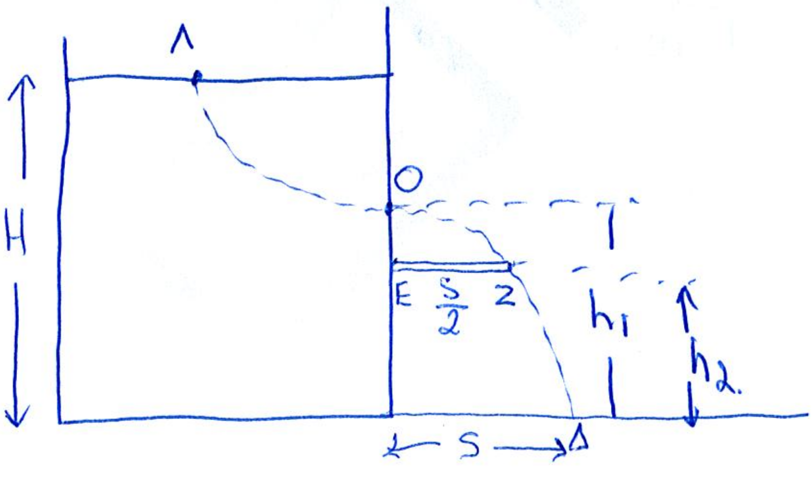
$$\frac{\cancel{\upsilon_0}}{2}\sqrt{\frac{\cancel{2}h_1}{\cancel{g}}} = \cancel{\upsilon_0}\sqrt{\frac{\cancel{2}(h_1-h_2)}{\cancel{g}}}$$

$$\frac{\sqrt{h_1}}{2} = \frac{\sqrt{h_1-h_2}}{1} \Rightarrow$$

$$\frac{h_1}{4} = h_1 - h_2 \Rightarrow$$

$$h_1 = 4h_1 - 4h_2 \Rightarrow$$

$$\boxed{h_1 = \frac{4}{3}h_2} \quad (4)$$



Δηλ. $h_1 = \frac{4}{3}\cdot\frac{21}{32}H \Rightarrow \boxed{h_1 = \frac{7}{8}H}$

Ορίζουμε σημείο Λ στην ελεύθερη επιφάνεια ίδιας ρευματικής με το Ο. Ισχύει $P_\Lambda = P_O = P_{atm}$ και επειδή $A_1 >> A_0$ η $\upsilon_\Lambda = 0$

Εξίσωση Bernoulli $\Lambda \to O$

$$\cancel{P_\Lambda} + \rho g H = \cancel{P_O} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_0^2 + \rho g h_1 \Rightarrow$$

$$\cancel{\rho} g H = \frac{1}{2}\cancel{\rho}\upsilon_0^2 + \cancel{\rho} g h_1 \Rightarrow$$

$$gH = \frac{\upsilon_0^2}{2} + g\frac{7}{8}H \Rightarrow$$

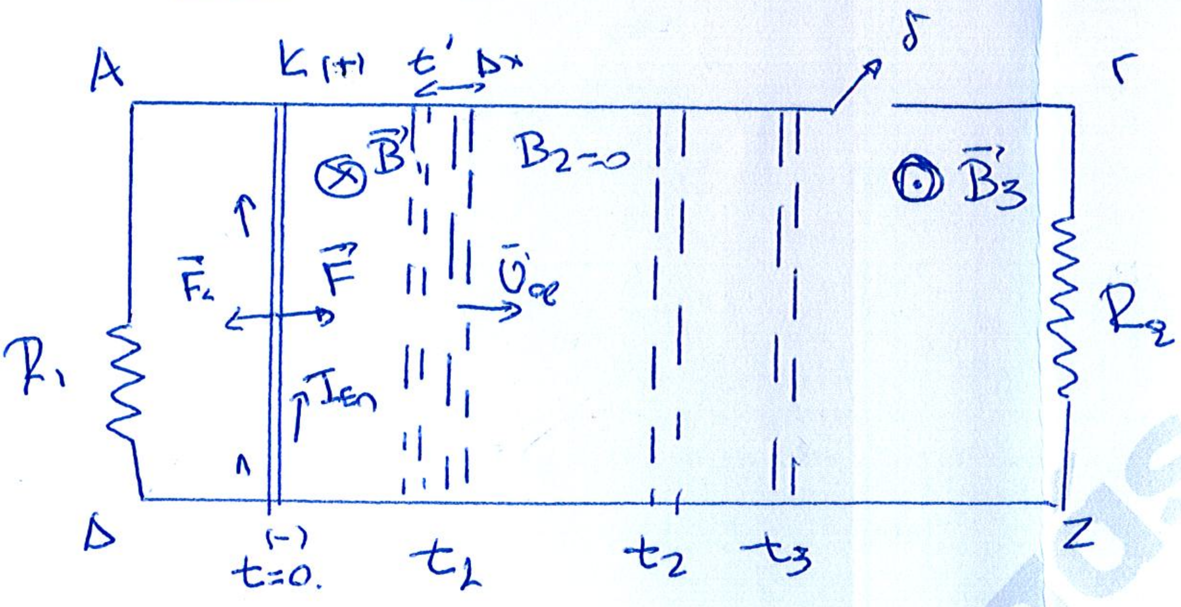
$$\upsilon_0^2 = \frac{gH}{4} \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{\sqrt{gH}}{2}$$

Τελικά η (1) $\rightarrow$ $\Pi_B = A\,\upsilon_0 \Rightarrow$

$$\Pi_B = \frac{A}{2}\sqrt{gH}$$

Σωστή απάντηση η (i)

ΘΕΜΑ Γ



$L = 1\ m$

$R_1 = 2Ω$, $R_2 = 2Ω$

$R_{KΛ} = 3Ω$

$F = 0,8N$

$B_1 = 1T = B_3$

$t_1 \to υ_{ορ}$

$B_2 = 0$

Γ1) Μετά την χρονική στιγμή $t=0$, εφόσον στον αγωγό ασκείται μια εξωτερική δύναμη $\vec{F}$, στον βρόγχο ΚΛΔΑΚ μεταβάλλεται η μαγνητική ροή. Επομένως στα άκρα του αγωγού ΚΛ εμφανίζεται μια επαγωγική τάση. Λόγω του κανόνα του Lenz θα ασκηθεί μια δύναμη Laplace ($\vec{F}_L$) η οποία θα αντιστέκεται στο αίτιο δημιουργίας της. Επομένως θα είναι αντίθετη της $\vec{F}$.

$$E_{επ} = \frac{|ΔΦ|}{Δt} = \frac{BΔS}{Δt} = B\frac{l \cdot Δx}{Δt} \Rightarrow \boxed{E_{επ} = Bυl} \quad (1)$$

Το κύκλωμα είναι κλειστό επομένως έχουμε τη δημιουργία επαγωγικού ρεύματος $I_{επ}$.

$$I_{επ} = \frac{\mathcal{E}_{επ}}{R_{κλ}+R_1} \overset{①}{\Rightarrow} I_{επ} = \frac{BuL}{R_{κλ}+R_1} \quad ②$$

Η δύναμη Laplace θα έχει μέτρο:

$$F_L = BI_{επ}L \overset{②}{\Rightarrow} F_L = \frac{B^2L^2}{R_{κλ}+R_1}u \quad ③$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L = ma$$

$$\Rightarrow F - \frac{B^2L^2}{R_{κλ}+R_1}u = m \cdot a \quad ④$$

Όσο αυξάνεται η ταχύτητα μεγαλώνει το μέτρο F_L, επομένως το μέτρο της $\Sigma\vec{F}$ μειώνεται με συνέπεια να έχουμε μεταβαλλόμενη επιτάχυνση με μειούμενο μέτρο.

Άρα η κίνηση είναι μια ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με συνεχώς μεταβαλλόμενο (μειούμενο) μέτρο επιτάχυνσης μέχρι να μηδενιστεί το μέτρο της.

Το μέτρο της ταχύτητας συνεχώς αυξάνεται, επομένως αυξάνεται η Εεπ, έπειτα το μέτρο του επαγωγικού ρεύματος και μετά συνέπεια το μέτρο της $\vec{F}_L$.

Άρα, η $\Sigma\vec{F}$ συνεχώς έχει μειούμενο μέτρο μέχρι η ΣF να μηδενιστεί. Τότε έχουμε $\upsilon = \upsilon_{ορ}$.

(4) $\xrightarrow[\upsilon=\upsilon_{ορ}]{a=0} F - \dfrac{B^2L^2}{R_K+R_1}\upsilon_{ορ} = 0$

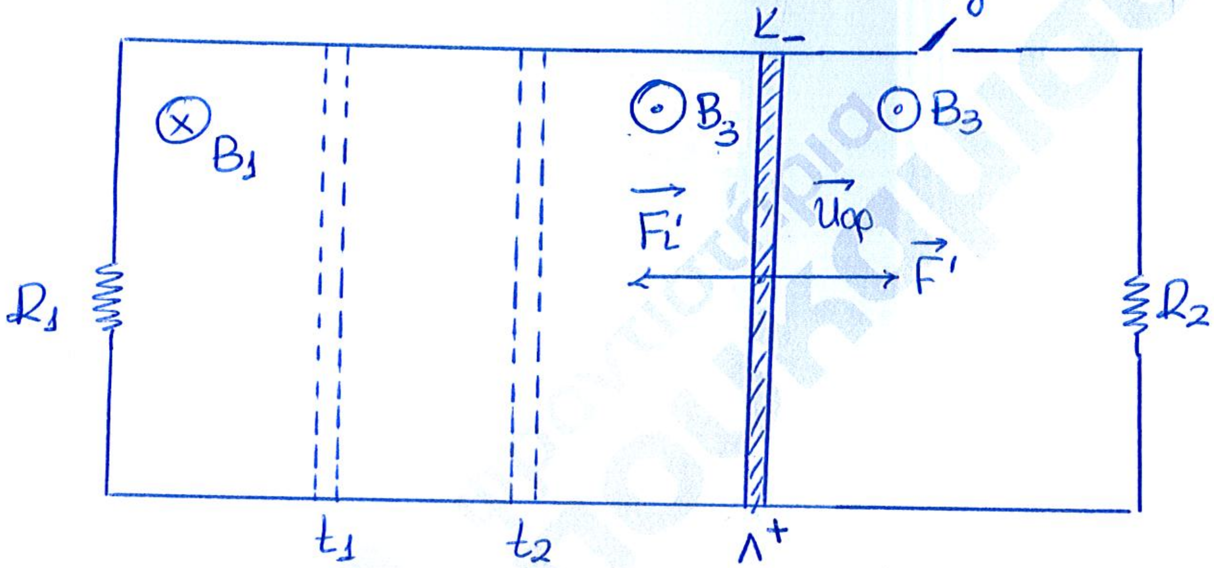
$$\Rightarrow \upsilon_{ορ} = \frac{F(R_K+R_1)}{B^2L^2} = \frac{0{,}8(2+3)}{1\cdot 1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\upsilon_{ορ} = 4\ m/s}$$

Γ2. Την χρονική στιγμή t_1 παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ και ταυτόχρονα η $\vec{F_L}$ διότι ο αγωγός κινείται σε χώρο όπου δεν υπάρχει Ο.Μ.Π.

Η ράβδος εκτελεί Ε.ΟΚ με $\Sigma F=0$.

Την χρονική στιγμή t_2 εισέρχεται σε Ο.Μ.Π με $u=u_{op}=4m/s$



Στα άκρα του αγωγού αναπτύσσεται τάση από επαγωγή η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα. Ο αγωγός διαρρέεται από $I_{επ}$ οπότε ασκείται F_L. Επομένως, για να έχουμε κίνηση με $u=u_{op}$ θα πρέπει:

$$\Sigma F=0 \quad ή \quad F'=F_L \quad ή \quad F_L=\frac{B^2\cdot \ell^2}{R_1+R_{ΚΛ}}\cdot u_{op} \quad ή$$

$$F_L=\frac{1\cdot 1\cdot 4}{5} \quad ή \quad F_L=0{,}8\,N$$

Γ3. $q_{επ} = \dfrac{\Delta\Phi}{R_{ολ}}$ (από νόμο Neumann)

από όπου $\Delta\Phi = 0{,}2\cdot 5\,Wb$ ή $\Delta\Phi = 1\,Wb$

Επίσης $\Delta\Phi = B_3 \cdot \Delta S$ ή $\Delta S = 1\,m^2$.

Ακόμα $\Delta S = \ell \cdot \Delta x$ ή $\Delta x = 1\,m$

Η θερμότητα $Q = |W_{F_L}| = |F_L \cdot \Delta x| = |F' \cdot \Delta x|$

ή $Q = 0{,}8 \cdot 1 = 0{,}8\,J$

<u>2ος τρόπος</u>

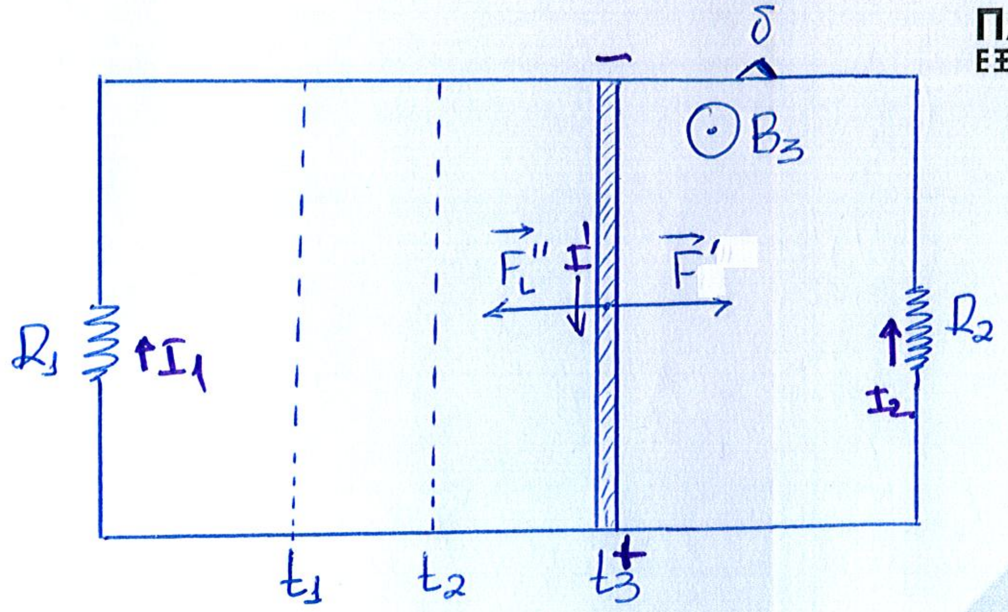
Επειδή το ρεύμα είναι σταθερό και ίσο με 0,8 A μπορούμε τη θερμότητα από $Q = I^2 \cdot R_{ολ} \cdot \Delta t$

όπου $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{u_{op}}$

Γ4. Όταν κλείσει ο διακόπτης οι αντιστάσεις R_1, R_2 συνδέονται παράλληλα άρα: $R_{εφ} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 1\,\Omega$

Επειδή αποκτά οριακή ταχύτητα ισχύει ότι:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F_L'' = F'$ ή $B \cdot I' \cdot \ell = F'$ ή $I' = 0{,}8\,A$



$\mathcal{E}_{επ}' = I'(R_{εξ} + R_{ΚΛ}) = 0{,}8(1+3) = 3{,}2\,V$

$$u_{op}' = \frac{\mathcal{E}_{επ}'}{B\cdot \ell} = \frac{3{,}2}{1} = 3{,}2\,m/s$$

$V_{ΚΛ} = \mathcal{E}_{επ}' - I' \cdot R_{ΚΛ} = 3{,}2 - 0{,}8\cdot 3$ ή

$V_{ΚΛ} = 0{,}8\,V$ με πολικότητα όπως φαίνεται στο σχήμα.

$(V_{ΚΛ} = V_Κ - V_Λ = -0{,}8\,V)$

$V_1 = V_2 = 0{,}8\,V$

Άρα: $I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4\,A$

και $I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 0{,}4\,A.$

Θ. Δ

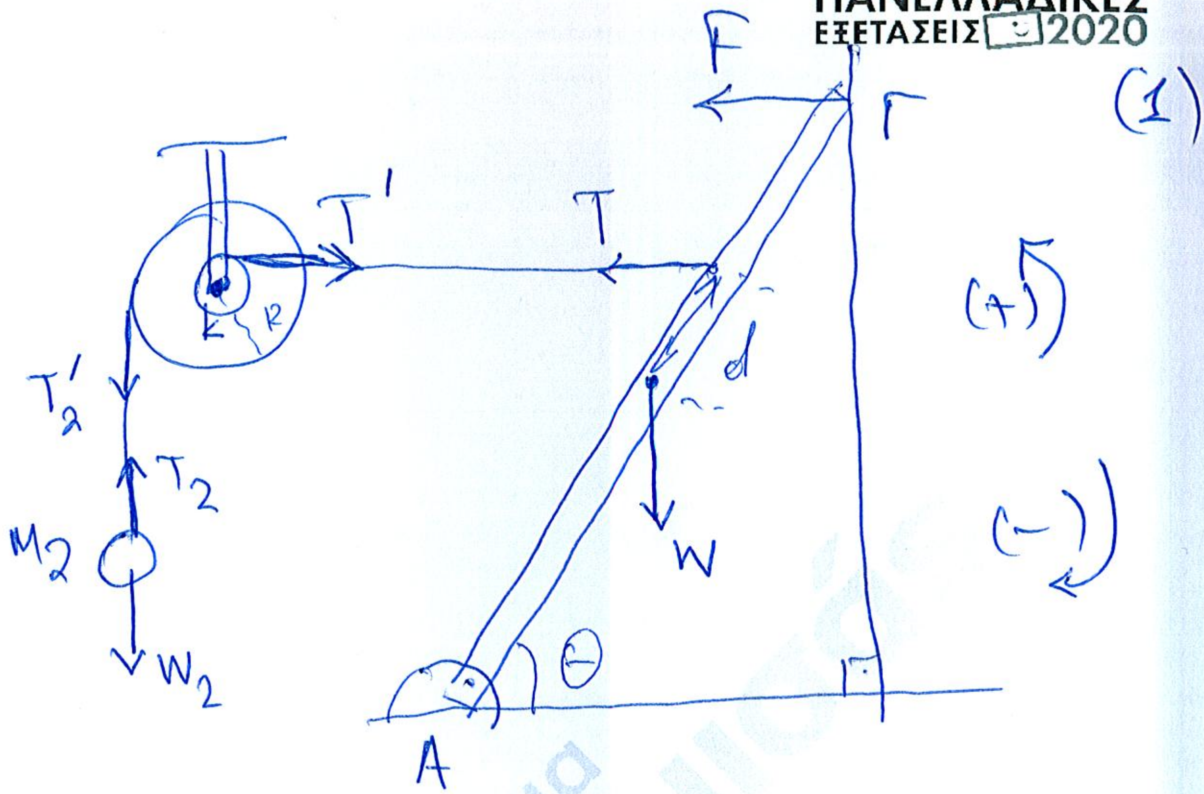
$M = 10\,kg$.

$\theta = 45^\circ$

$d = \frac{\ell}{6}$

$R = 2r$

$m_2 = 3\,kg$.



Δ1

Σώμα m_2

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 - w_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\boxed{T_2 = 30\,N}$$

Από 3ο Ν.Ν κ' νήμα αβαρές

$$|T_2| = |T_2'| = 30\,N$$

Τροχαλία: $\Sigma \vec{\tau}_{(K)} = 0 \Rightarrow$

$$T_2' \cdot R - T' \cdot r = 0 \Rightarrow T_2' \cdot 2\cancel{r} = T' \cdot \cancel{r} \Rightarrow$$

$$T' = 2T_2' \Rightarrow \boxed{T' = 60\,N}$$

Από 3ο Ν.Ν κ' νήμα αβαρές

(2)

$|T'| = |T| = 60N.$

Ράβδος : $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow$

$$\vec{\tau}_w + \vec{\tau}_T + \vec{\tau}_F = 0 \Rightarrow$$

$$-w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot συν45^\circ + T\left(\frac{\ell}{2} + d\right) ημ45^\circ + F \cdot \ell \cdot ημ45^\circ = 0$$

$$-w \frac{\cancel{\ell}}{2} \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} + T\left(\frac{\cancel{\ell}}{2} + \frac{\cancel{\ell}}{6}\right) \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} + F \cdot \cancel{\ell} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} = 0$$

$$-50 + 60\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) + F = 0 \Rightarrow$$

$$F = 50 - 60\left(\frac{3}{6} + \frac{1}{6}\right)$$

$$F = 50 - 40 \Rightarrow \boxed{F = 10N}$$

$\varphi = 30^0$

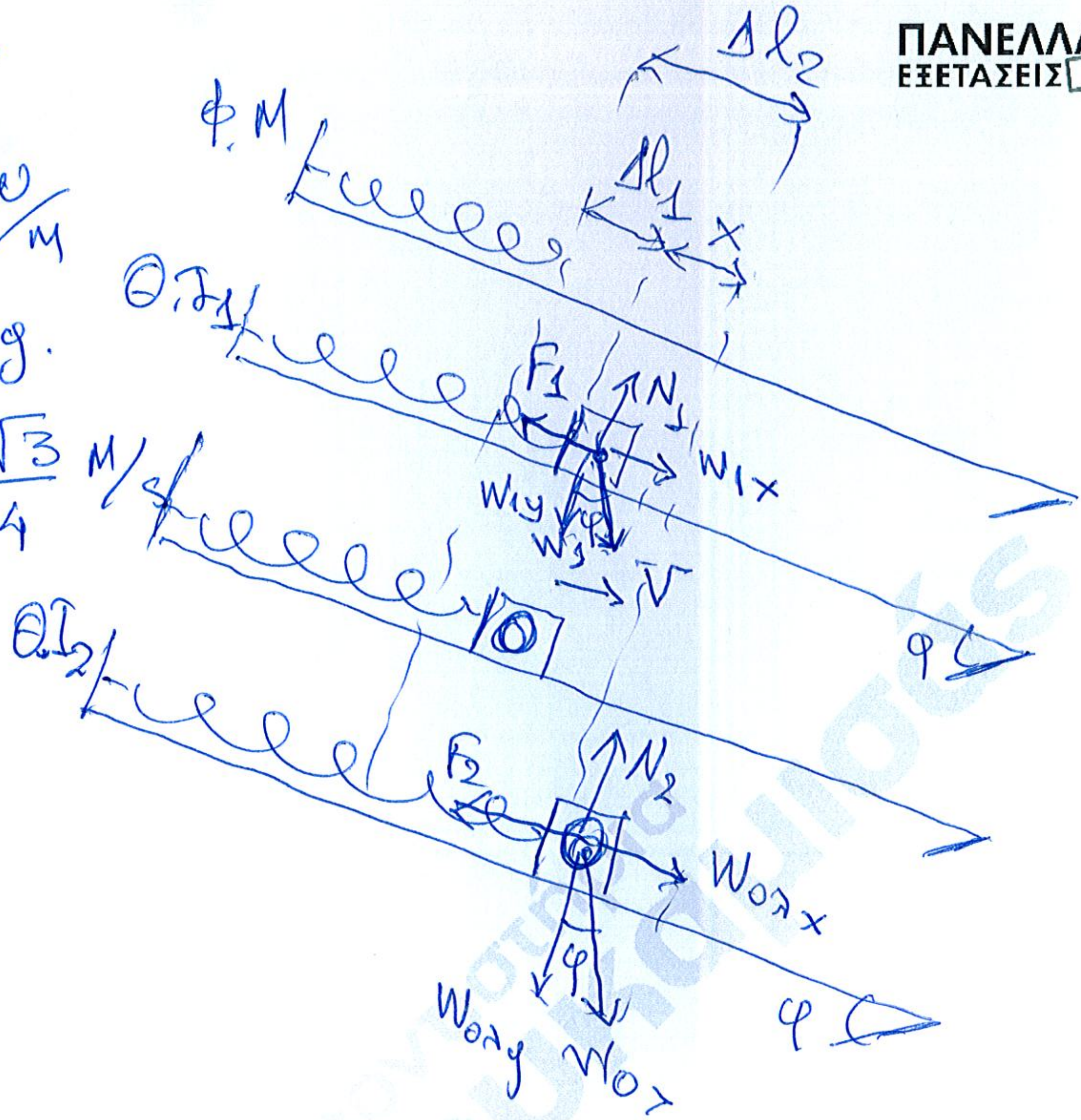
$k = 100\,N/m$

$m_1 = 1\,kg$

$V = \frac{3\sqrt{3}}{4}\,m/s$

Δ.2

$A = ;$



$\underline{\Theta.I_1}$: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 = W_{1x} \Rightarrow k \cdot \Delta l_1 = m_1 \cdot g \cdot \eta\mu 30^0$

$$\Delta l_1 = \frac{10\,\frac{1}{2}}{100} = \frac{1}{20}\,m$$

$\underline{\Theta.I_2}$: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2 = W_{o\lambda x} \Rightarrow k \cdot \Delta l_2 = (m_1 + m_2) g\, \eta\mu 30^0$

$$\Delta l_2 = \frac{40\,\frac{1}{2}}{100} \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{4}{20}\,m$$

$$x = \Delta l_2 - \Delta l_1 \Rightarrow x = \frac{4}{20} - \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{20}\,m}$$

(4)

$E = K + U \Rightarrow$

$\frac{1}{\cancel{2}} k A^2 = \frac{1}{\cancel{2}} (m_1 + m_2) V^2 + \frac{1}{\cancel{2}} k x^2$

$A = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) V^2}{k} + x^2}$

$A = \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{9 \cdot 3}{16}}{100} + \frac{9}{400}} = \sqrt{\frac{27}{400} + \frac{9}{400}}$

$A = \sqrt{\frac{36}{400}} \Rightarrow A = \frac{6}{20} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}3\,m}$

Δ3

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

(5)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{\cancel{2}4}}$$

$$\boxed{\omega = 5\ rad/s}$$

$$t=0 \longrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{20}\ m \\ \upsilon > 0 \end{cases}$$

$$-\frac{3}{20} = 0{,}3 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -\frac{3}{6}$$

$$\eta\mu\varphi_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -\eta\mu\frac{\pi}{6}$$

$$\eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\varphi_0 = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \varphi_0 = \frac{7\pi}{6}$$

ή

$$\varphi_0 = 2k\pi + \pi - \pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=1} \varphi_0 = 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

Δεκτή γιατί $\upsilon > 0$ $\longrightarrow$ $\boxed{\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}\ rad}$

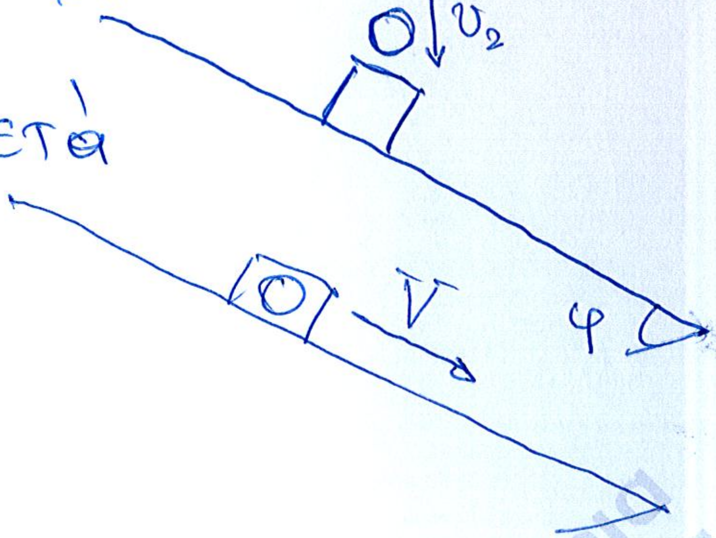
$$\boxed{x = 0{,}3 \cdot \eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right)} \quad (S.I)$$

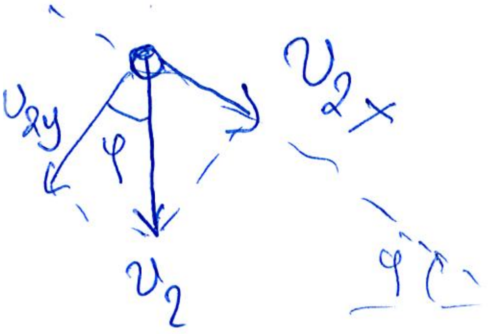
(6)

Δ.4

πριν

Μετά





$$v_{2x} = v_2 \cdot \eta\mu\varphi$$

Α.Δ.Ο στον $x'x$ αξ.

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu_x} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}_x} \Rightarrow$$

$$m_2 \cdot v_{2x} = (m_1 + m_2)V \Rightarrow$$

$$\cancel{3} \cdot v_{2x} = \cancel{4} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\cancel{4}} \Rightarrow \boxed{v_{2x} = \sqrt{3}\ m/s}$$

$$v_{2x} = v_2 \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \sqrt{3} = v_2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_2 = 2\sqrt{3}\ m/s}$$

$$v_2 = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{2\sqrt{3}}{10}\ s$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \cancel{10}\,\frac{4 \cdot 3}{10\cancel{0}}$$

$$\boxed{h = 0{,}6\,m}$$

Δ5

$$\frac{F_{ελ}}{F_{επ}} = \frac{\cancel{k}(\Delta \ell_2 + A)}{\cancel{k} \cdot A} = \frac{\frac{4}{\cancel{20}} + \frac{6}{\cancel{20}}}{\frac{6}{\cancel{20}}} \quad (8)$$

$$= \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$