ΠΑΛΑΙΟ

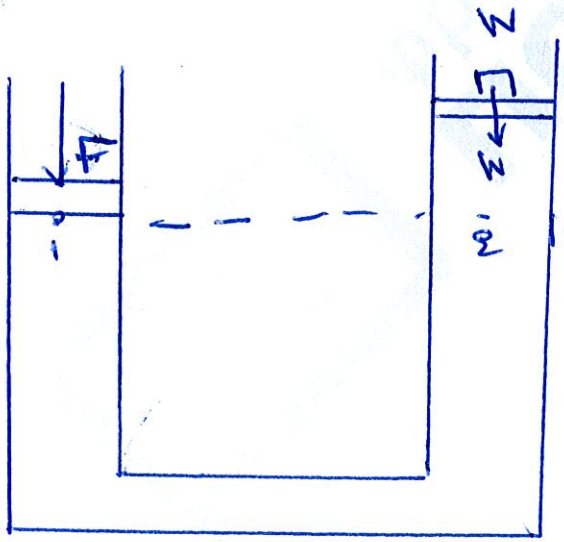
ΘΕΜΑ Α:

A_1. β. A_2. γ. A_3. α A_4. α

A_5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ.

ΘΕΜΑ Β:

Β1 α) Σωστή απάντηση: (ΙΙ)



$P_1 = P_2 \Rightarrow$

$P_{atm} + \frac{F}{A_1} = \frac{W}{A_2} + \rho g h + P_{atm}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{W + \rho g h A_2}{A_2}}$

Β2) Σωστή απάντηση: (ii)

Αρχικά τα σημεία ΠΑΣ και ΠΒΣ του σωλήνα είναι ίσα. Μόλις μεταφέρεται μαζί με x_1 γίνεται ενισχυτική συμβολή. Έτσι ισχύει:

$$\Pi A\Sigma - (\Pi B\Sigma - 2x_1) = k\lambda \quad (1)$$

Για μεταξύ τους x_2 τον σωλήνα είναι η αποσβεστική συμβολή με το ίδιο k.

Έτσι $(\Pi A\Sigma) - (\Pi B\Sigma + 2x_{x_1}) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ (2)

Αφαιρώντας κατά μέλη:

$$2x_2 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \text{ έτσι}$$

$$2x_1 + 8 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2}, \text{ άρα } \lambda = 16\,cm$$

B3.

Κεντρική ελαστική

Από σύστημα εξισώσεων ΑΔΟ και ΑΔΚΕ :

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Η μεταφερόμενη ενέργεια ισούται με $E_{\mu\varepsilon\tau.} = \Delta K_2 = -\Delta K_1$

Άρα το ποσοστό $\Pi_1\% = \frac{K_{1\alpha\rho\chi} - K_{1\tau\varepsilon\lambda}}{K_{1\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_1\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_1'^2}{\upsilon_1^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{\upsilon_1^2 - \frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2}\cdot\upsilon_1^2}{\upsilon_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = 1 - \frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{m_1^2 + 2m_1m_2 + m_2^2 - m_1^2 + 2m_1m_2 - m_2^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_1\% = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \quad (1)$$

Κεντρική ελαστική

$$\upsilon_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad \text{και} \quad \upsilon_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2} \cdot \upsilon_2$$

Το ποσοστό $\Pi_2\% = \frac{-\Delta K_2}{K_{2\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_2\% = \frac{\frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2}m_2 v_2^2} \cdot 100\% = \frac{v_2^2 - v_2'^2}{v_2^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{v_2^2 - \frac{(m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot v_2^2}{v_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

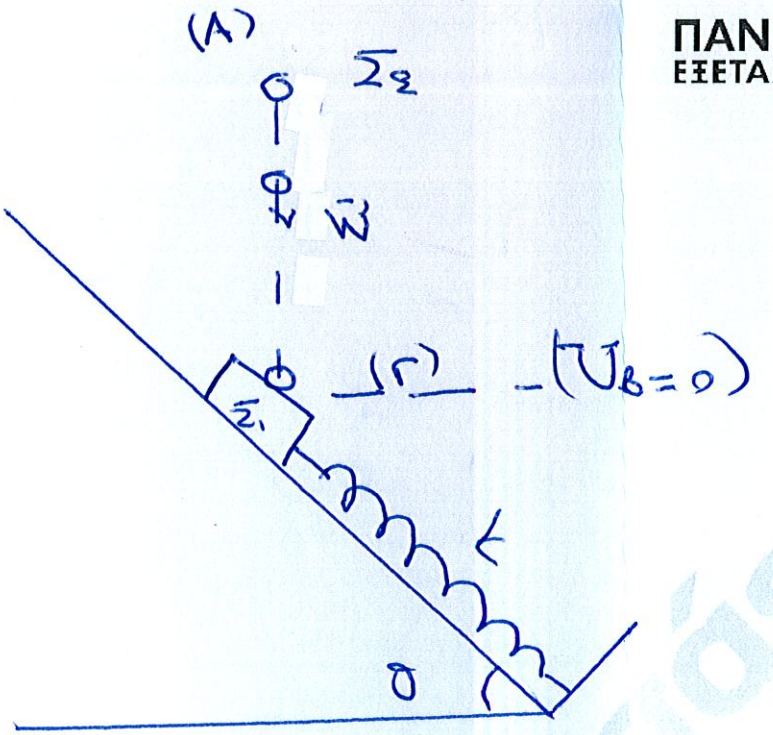
$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

Δηλαδή $\Pi_1\% = \Pi_2\%$

Σωστή απάντηση η iii)

ΘΕΜΑ Γ:

$m_1 = 1\,kg$
$\theta = 30^\circ$
$k = 100\,N/m$
$h = 0,6\,m$
$m_2 = 3\,kg$
$g = 10\,m/s^2$



Γ.1) Για την κίνηση του Σ_2 από θέση (Α) έως θέση (Γ) ασκείται μόνο το βάρος. Επομένως διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

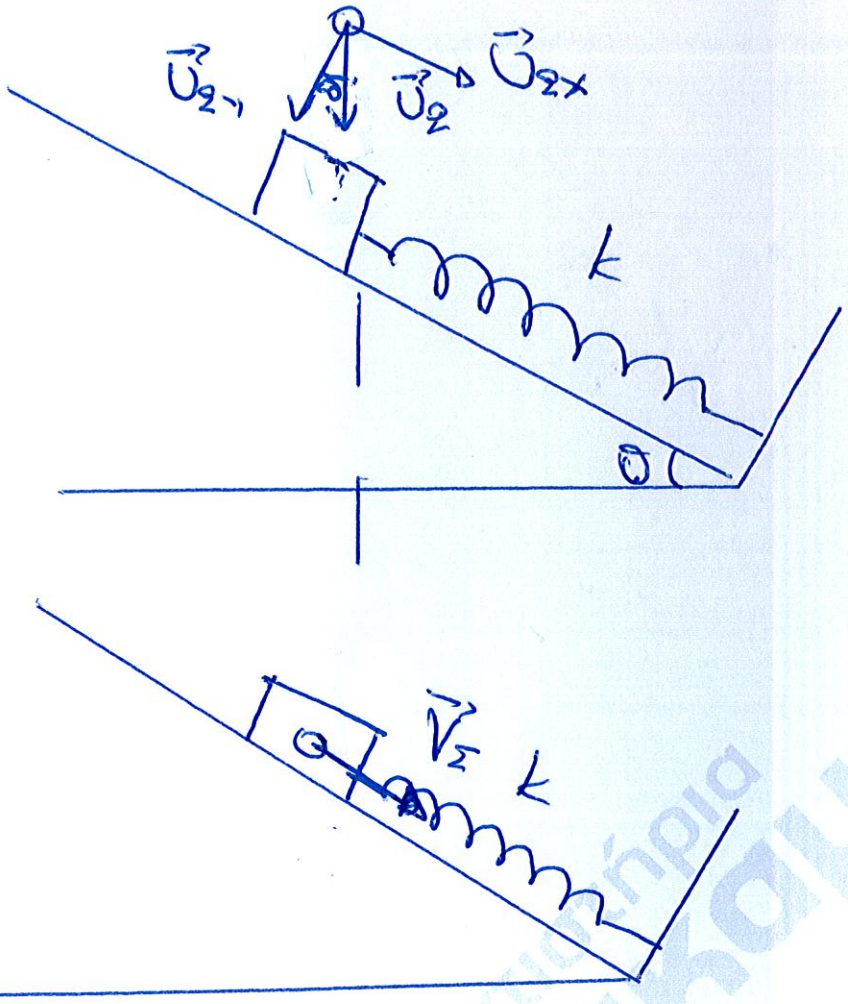
A.Δ.Μ.Ε

$$\cancel{K_A} + U_A = K_\Gamma + \cancel{U_\Gamma}^{0}$$

$$\Rightarrow m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot \frac{6}{10}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{12} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_2 = 2\sqrt{3}\ m/s}$$



ΠΡΙΝ

Η ορμή διατηρείται στον άξονα $x'x$.

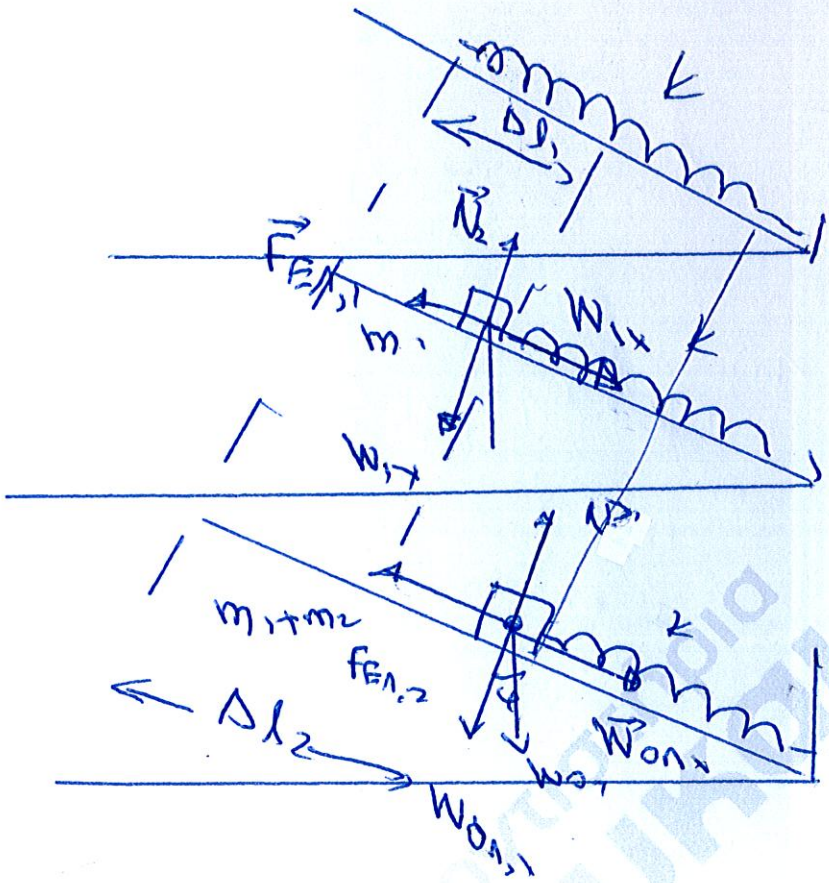
A.Δ.Ο : $x'x$

$\vec{P}_x = \vec{P}'_x \Rightarrow m_2 U_{2x} = (m_1 + m_2) V_\Sigma$

$\Rightarrow m_2 U_2 \eta\mu\theta = (m_1 + m_2) V_\Sigma \Rightarrow$

$\Rightarrow V_\Sigma = \dfrac{m_2 U_2 \eta\mu\theta}{m_1 + m_2} = \dfrac{3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{4} \Rightarrow \boxed{V_\Sigma = \frac{3\sqrt{3}}{4}\ \frac{m}{s}}$

Γ.2)



Θ.Φ.Μ

Θ.Ι.1

Θ.Ι.2

Θ.Ι.1: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_{1x} = F_{ελ,1} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 g \eta\mu\phi = k\Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1 g \eta\mu\phi}{k}$

$= \frac{1 \cdot 10 \cdot 1/2}{100} \Rightarrow \boxed{\Delta l_1 = 0,05\ m} = \frac{1}{20}\ m.$

Θ.Ι2: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_{ολ,x} = F_{ελ,2}$

$\Rightarrow (m_1+m_2) g \cdot \eta\mu\phi = k\Delta l_2$

$\Rightarrow \Delta l_2 = \frac{(m_1+m_2) g \eta\mu\phi}{k} = \frac{4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{100}$

$\Rightarrow \Delta l_2 = \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{\Delta l_2 = 0,2\ m}$

$X = \Delta l_2 - \Delta l_1 =$

$= 0,2 - 0,05 \Rightarrow \boxed{X = 0,15\,m}$ $\frac{3}{30}$ μ

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης Ενέργειας για την ταλάντωση

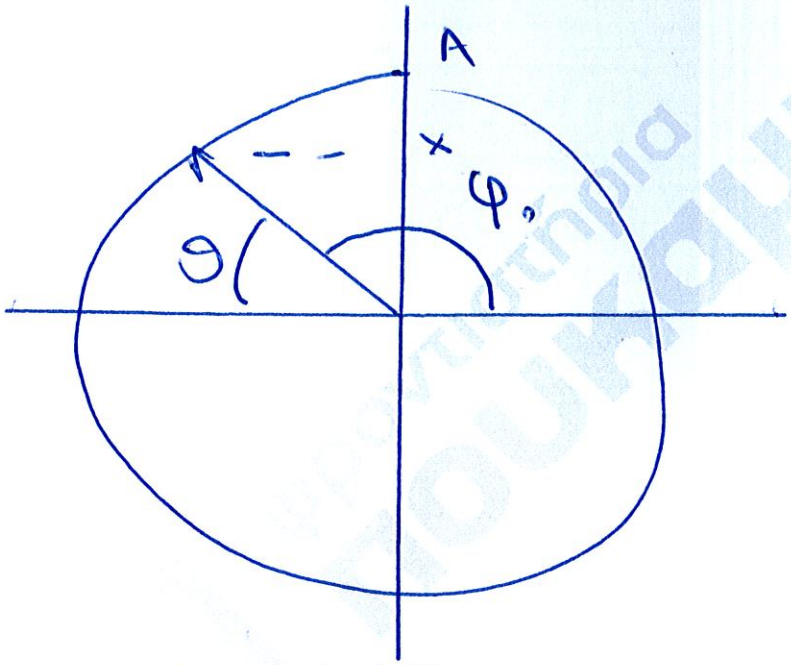
$K + U_1 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_\Sigma^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$

$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}V_\Sigma^2 + x^2}$

$= \sqrt{\frac{4}{100}\cdot\frac{27}{4^2} + \frac{9}{400}} =$

$= \sqrt{\frac{27+9}{400}} = \sqrt{\frac{36}{400}} = \frac{6}{20} = \boxed{A = 0,3\,m}$

Γ3) Την χρονική στιγμή $t=0$. το σώμα βρίσκεται σε θέση πάνω από Θ.Ι ($x>0$) και κινείται με ταχύτητα φορέα προς (κινείται προς τη θετική φορά)



$$\eta\mu\theta = \frac{x}{A} = \frac{0,15}{0,3} \Rightarrow \eta\mu\theta = 1/2 \Rightarrow \theta = \pi/6 \text{ rad}$$

$$\varphi_0 = \pi - \theta \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \pi/6 \Rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}}$$

$$D = k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{100}{4}} \Rightarrow \boxed{\omega = 5 \text{ rad/s}}$$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{x = 0,3\eta\mu\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)}$$

Γ4)

$K = 8U_T$

Από ΑΔΕΤ

$K + U_T = E_T \Rightarrow 8U_T + U_T = E_T$

$\Rightarrow 9U_T = E_T \Rightarrow$

$\Rightarrow 9 \cdot \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2$

$\Rightarrow x_1^2 = \frac{A^2}{9} \Rightarrow x_1 = \pm \frac{A}{9} = \pm \frac{0,3}{3}$

$= \pm \frac{3}{30} \Rightarrow \boxed{x_1 = \pm 0,1 \text{ m}}$

Αφού θέλει για 2η φορά μια θετική κινείται προς τα θετικά έτσι $x_1 = +0,1$ Μ

$X = \Delta l_2 - \Delta l_1 =$

$= 0,2 - 0,05 \Rightarrow \boxed{X = 0,15\,m}$ — $\frac{3}{30}$ μ

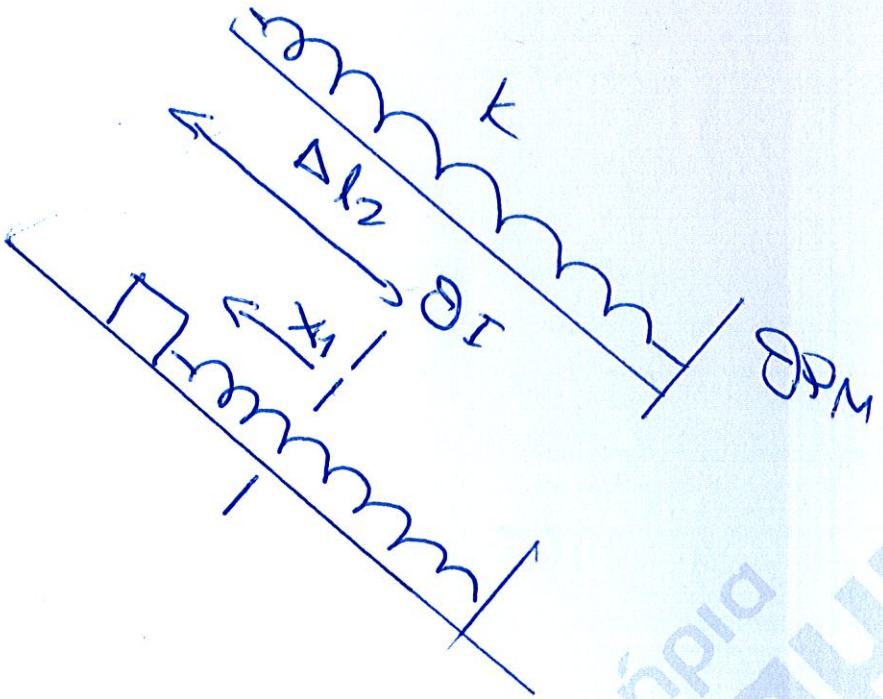
Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης Ενέργειας για τη ταλάντωση

$K + U_1 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_\Sigma^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$

$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}V_\Sigma^2 + x^2}$

$= \sqrt{\frac{4}{100}\cdot\frac{27}{4^2} + \frac{9}{400}} =$

$= \sqrt{\frac{27+9}{400}} = \sqrt{\frac{36}{400}} = \frac{6}{20} = \boxed{A = 0,3\,m}$



$$\frac{|F_{E\Lambda}|}{|F_{E\Pi}|} = \frac{k(\Delta l_2 + x_1)}{k x_1} = \frac{\frac{2}{10} + \frac{1}{10}}{\frac{1}{10}}$$

$$= \frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{10}} \Rightarrow \boxed{\frac{|F_{E\Lambda}|}{|F_{E\Pi}|} = 3}$$

Θ.Δ Παλαιό

(1)

$M_1 = 6kg$

$\ell = 1m$

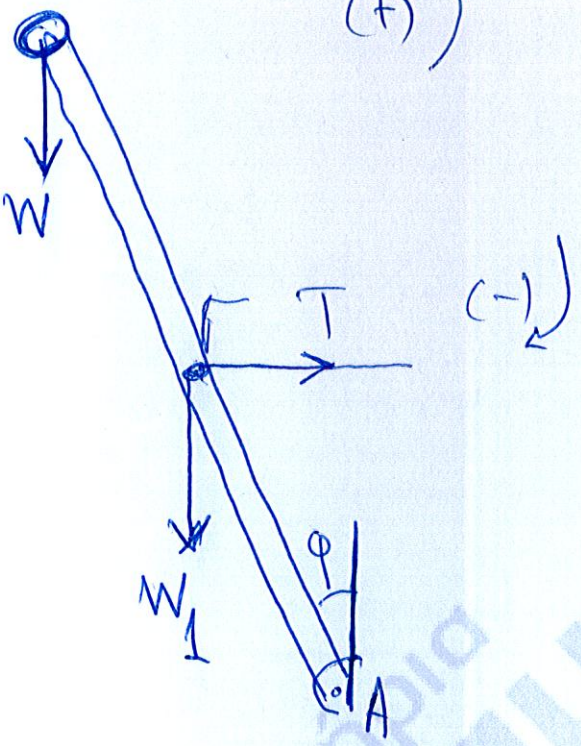
Σ: $m = 1kg$.

$r = 0,1m$

$I2 = 2,8m$

$\eta\mu\varphi = 0,6$

$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$



$\Delta_1.$ $\Sigma\vec{\tau}_{(A)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_w + \vec{\tau}_{w_1} + \vec{\tau}_T = 0 \Rightarrow$

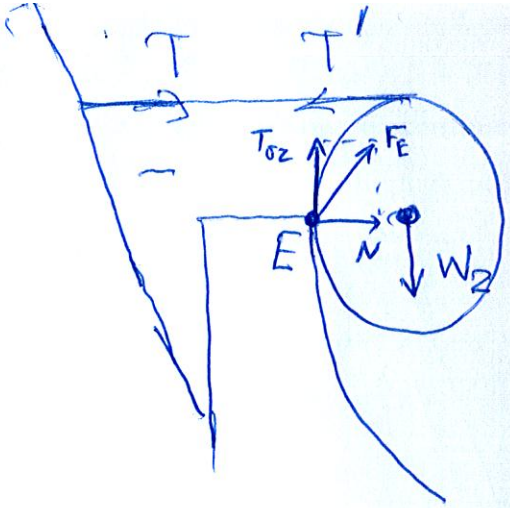
$$w \cdot \ell \cdot \eta\mu\varphi + w_1 \frac{\ell}{2} \eta\mu\varphi - T \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0$$

$$10 \cdot 0,6 + 30 \cdot 0,6 = \frac{T}{2} \cdot 0,8$$

$$6 + 18 = T \cdot 0,4 \Rightarrow$$

$$T = \frac{24}{0,4} \Rightarrow \boxed{T = 60N}$$

ii)



Από 3ο Ν.Ν. νήμα αβαρές

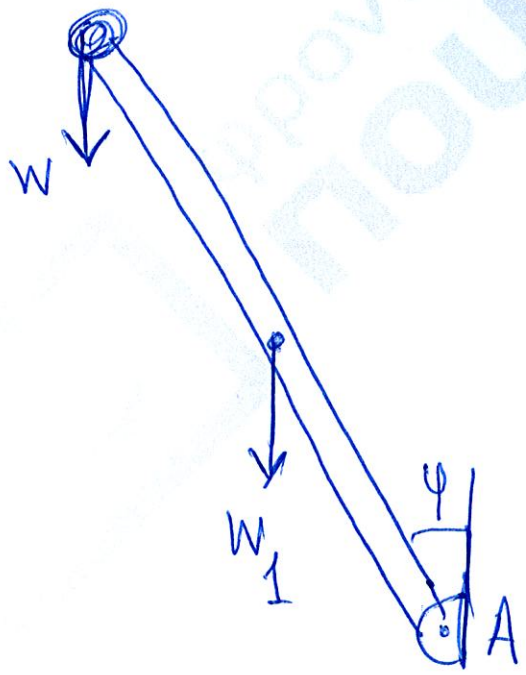
$|T| = |T'| = 60\,N$

$\Sigma \vec{\tau}_{(E)} = 0 \Rightarrow$

$T' \cdot r - W_2 \cdot r = 0 \Rightarrow W_2 = T' \Rightarrow$

$m_2 \cdot g = 60 \Rightarrow \boxed{m_2 = 6\,kg}$

Δ2/



$\Sigma \vec{\tau}_{(A)} = I_{(A)} \vec{\alpha}_\gamma \quad (1)$

$$I_{(A)} = I_{P(A)} + m \cdot \ell^2$$

$$= \frac{1}{3} M_1 \cdot \ell^2 + m \cdot \ell^2$$

$$= \left(\frac{1}{3} M_1 + m\right) \ell^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot 6 + 1\right) \cdot 1^2$$

$$I_{(A)} = 3 \, kg \cdot m^2$$

$$(1) \rightarrow w \cdot \ell \cdot \eta\mu\varphi + w_1 \frac{\ell}{2} \eta\mu\varphi = I_{(A)} \cdot a_\gamma$$

$$10 \cdot 1 \cdot 0{,}6 + 60 \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 = 3 \cdot a_\gamma \Rightarrow$$

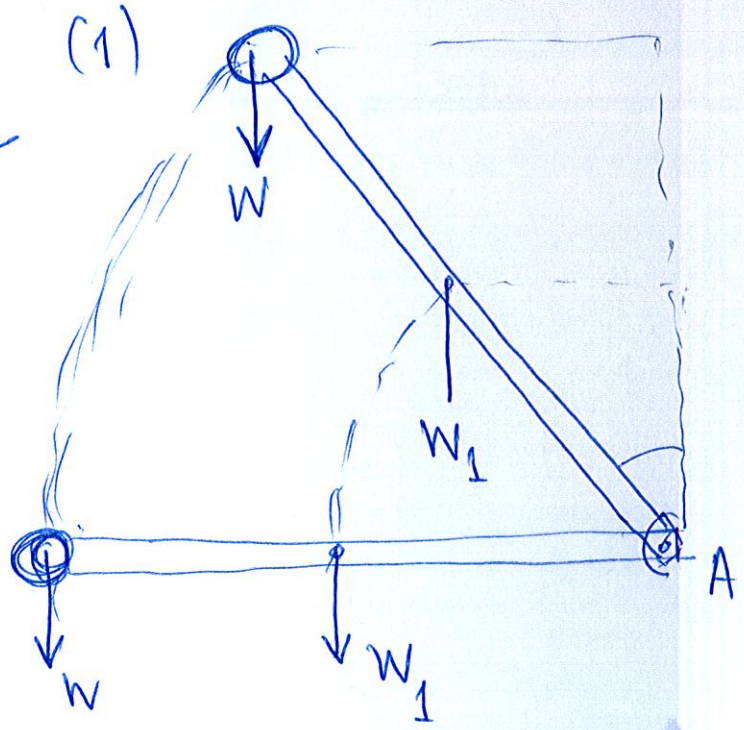
$$6 + 18 = 3 \cdot a_\gamma \Rightarrow$$

$$a_\gamma = \frac{24}{3} \Rightarrow \boxed{a_\gamma = 8 \, rad/s^2}$$

(4)

Δ3

i



$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_2 - K_1 = W_w + W_{w_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_{(A)} \omega_2^2 - 0 = M \cdot g \cdot \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + M_1 \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \omega_2^2 = 10 \cdot 1 \cdot 0,8 + 60 \cdot 0,8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} \omega_2^2 = 8 + 24 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2} \omega_2^2 = 32 \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{64}{3}$$

$$\omega_2 = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow \omega_2 = \frac{8\sqrt{3}}{3} \ rad/s$$

(5)

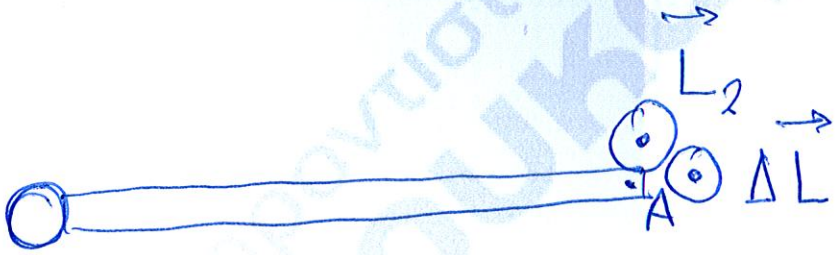
$$|\Delta\vec{L}| = |\vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{L}_{\alpha\rho\chi}|$$

$$|\Delta\vec{L}| = |L_{\tau\varepsilon\lambda}|$$

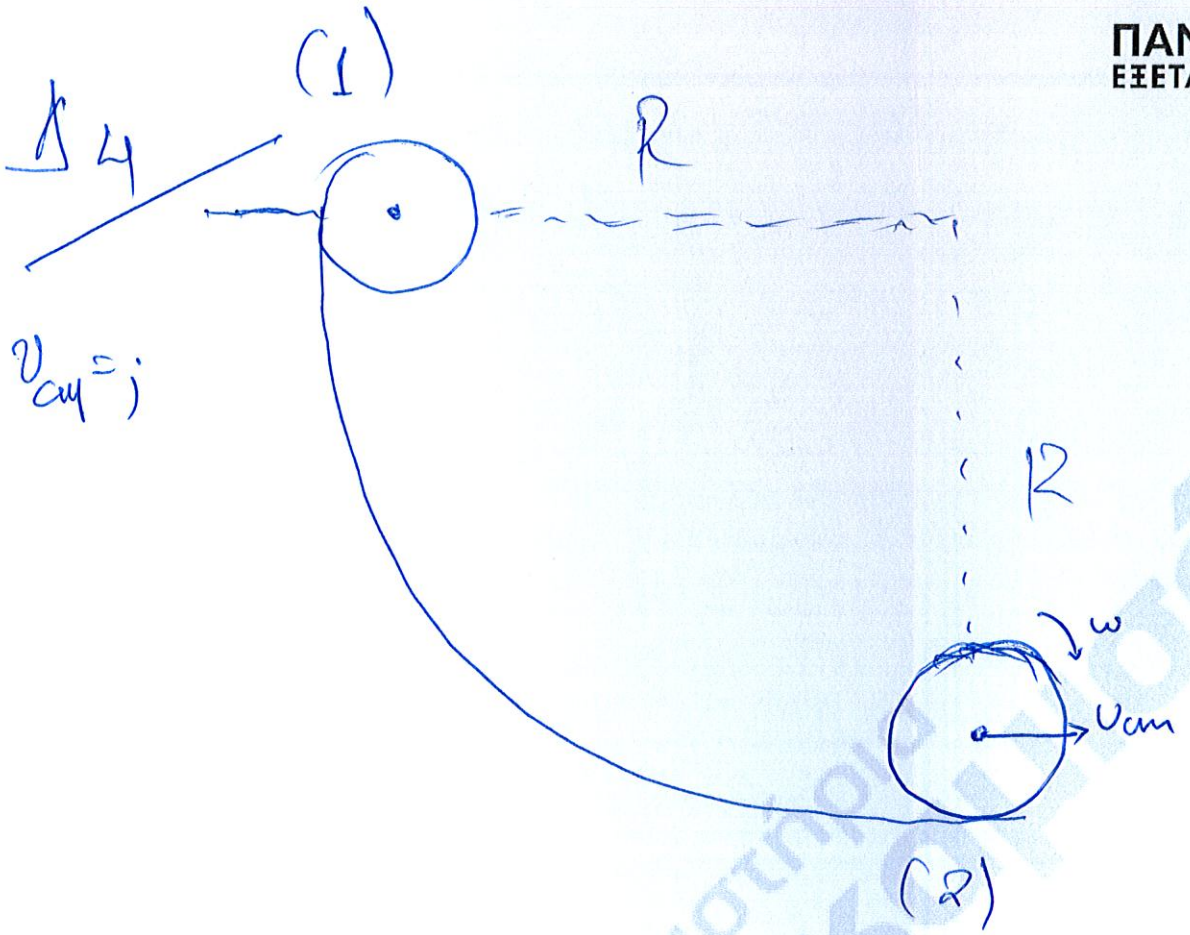
$$|\Delta L| = I_{(A)} \cdot \omega_2 = \cancel{3} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

$$|\Delta L| = 8\sqrt{3} \ kg\,m^2/s$$

ii)



Κάθετη στο κατακόρυφο επίπεδο περιστροφής του στερεού με φορά αυτή του δείκτη του ρολογιού



$$K_2 - K_1 = \Sigma W \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \cdot \omega^2 = m_2 \cdot g (R - r)$$

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_2 \cdot r^2 \omega^2 = m_2 \cdot g (R - r)$$

$$\frac{1}{2} v_{cm}^2 + \frac{1}{4} v_{cm}^2 = g (R - r) \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4} v_{cm}^2 = g (R - r) \Rightarrow v_{cm} = \sqrt{\frac{4 (R - r) g}{3}}$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{4 (2,8 - 0,1) \cdot 10}{3}} = \sqrt{4 \cdot \frac{27}{3}}$$

$$\boxed{v_{cm} = 6 \, m/s}$$

(7)

Δ5

i) $N = \frac{S}{2\pi r}$

$N = \frac{\frac{2\pi R}{4}}{2\pi r} \Rightarrow N = \frac{R}{4r}$

$N = \frac{2,8}{4 \cdot 0,1} \Rightarrow N = 7$ περιστρ.

ii) $s = v_{cm} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_{cm}} \Rightarrow$

$\Delta t = \frac{\pi}{6} s$

$v_{cm} = \omega \cdot r \Rightarrow \omega = \frac{v_{cm}}{r} \Rightarrow \omega = \frac{6}{0,1}$

$\omega = 60$ rad/s

$\theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \theta = 60 \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = 10\pi$ rad

$N' = \frac{\theta}{2\pi} \Rightarrow N' = \frac{10\pi}{2\pi} \Rightarrow N' = 5$ περιστρ.