ΠΑΛΑΙΟ

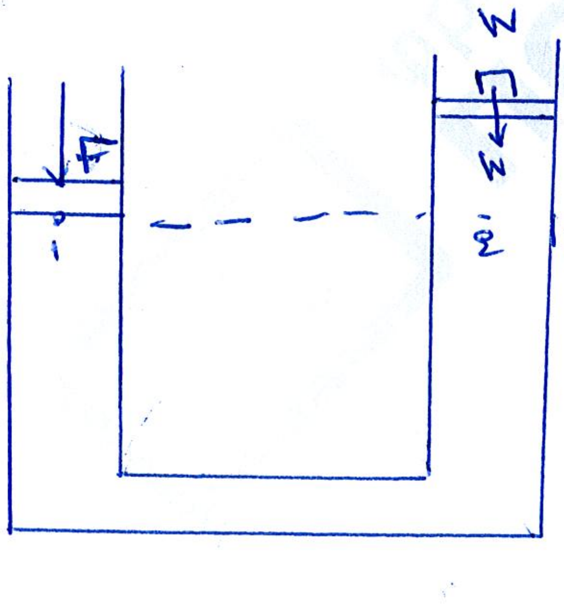
ΘΕΜΑ Α:

Α1. β. Α2. γ. Α3. α Α4. α

Α5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ.

ΘΕΜΑ Β:

Β1) α) Σωστή απάντηση: (ΙΙ)



$$P_1 = P_2 \Rightarrow$$

$$\cancel{P_{atm}} + \frac{F}{A_1} = \frac{W}{A_2} + \rho g h + \cancel{P_{atm}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{W + \rho g h A_2}{A_2}}$$

Β2) Σωστή απάντηση: (ii)

Αρχικά τα τμήματα ΠΑΣ και ΠΒΣ του σωλήνα είναι ίσα. Μόλις μετατοπιστεί κατά x_1 γίνεται ενισχυτική συμβολή.

Έτσι ισχύει:

$$ΠΑΣ - (ΠΒΣ - 2x_1) = κλ \quad (1)$$

Για μετατόπιση x_2 του σωλήνα είναι η αποσβεστική συμβολή με το ίδιο κ.

Έτσι $(ΠΑΣ) - (ΠΒΣ + 2x_1) = (2κ+1)\frac{λ}{2} \quad (2)$

Αφαιρώντας κατά μέλη:

$2x_2 - 2x_1 = \frac{λ}{2}$ έτσι

$2x_1 + 8 - 2x_1 = \frac{λ}{2}$, άρα $λ = 16\,cm$

B3.

Κεντρική ελαστική

Από σύστημα εξισώσεων ΑΔΟ και ΑΔΚΕ :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1$$

Η μεταφερόμενη ενέργεια ισούται με $E_{μετ.} = \Delta K_2 = -\Delta K_1$

Άρα το ποσοστό $\Pi_1\% = \frac{K_{1αρχ} - K_{1τελ}}{K_{1αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_1\% = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{v_1^2 - v_1'^2}{v_1^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2 - \frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} v_1^2}{v_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = 1 - \frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\cancel{m_1^2} + 2m_1m_2 + \cancel{m_2^2} - \cancel{m_1^2} + 2m_1m_2 - \cancel{m_2^2}}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_1\% = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \quad (1)$$

Κεντρική ελαστική

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2} v_2 \quad \text{και} \quad v_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2} \cdot v_2$$

Το ποσοστό $\Pi_2\% = \frac{-\Delta K_2}{K_{2αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_2\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_2}υ_2^2 - \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_2}υ_2'^2}{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_2}υ_2^2} \cdot 100\% = \frac{υ_2^2 - υ_2'^2}{υ_2^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{\cancel{υ_2^2} - \frac{(m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot \cancel{υ_2^2}}{\cancel{υ_2^2}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

Δηλαδή $\Pi_1\% = \Pi_2\%$

Σωστή απάντηση η iii)

ΘΕΜΑ Γ:

$m_1 = 1kg$

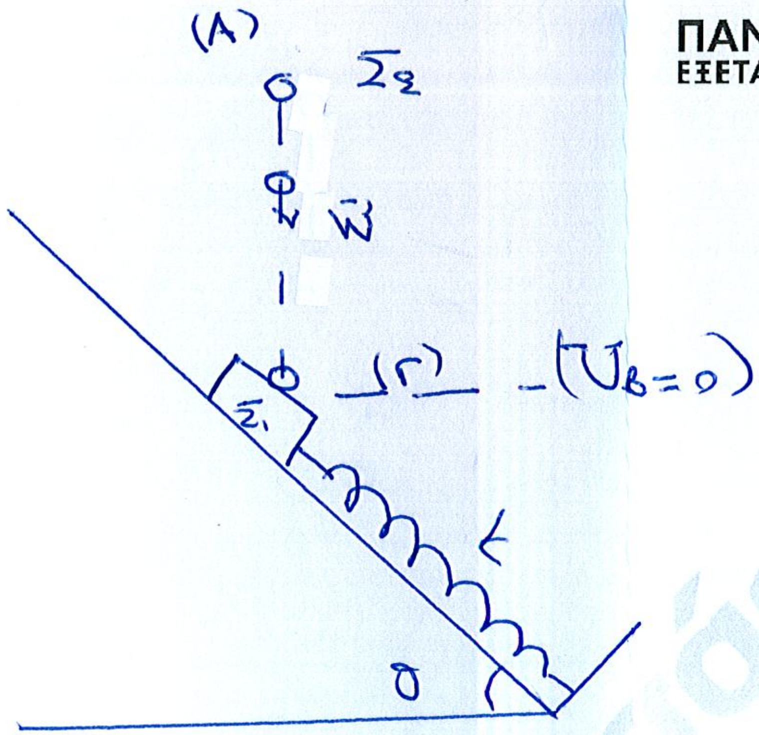
$\theta = 30^o$

$k = 100 N/m$

$h = 0,6 m$

$m_2 = 3 kg$

$g = 10 m/s^2$



Γ.1) Για την κίνηση του Σ_2 από θέση (Α) στη θέση (Γ) ασκείται μόνο το βάρος. Επομένως διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

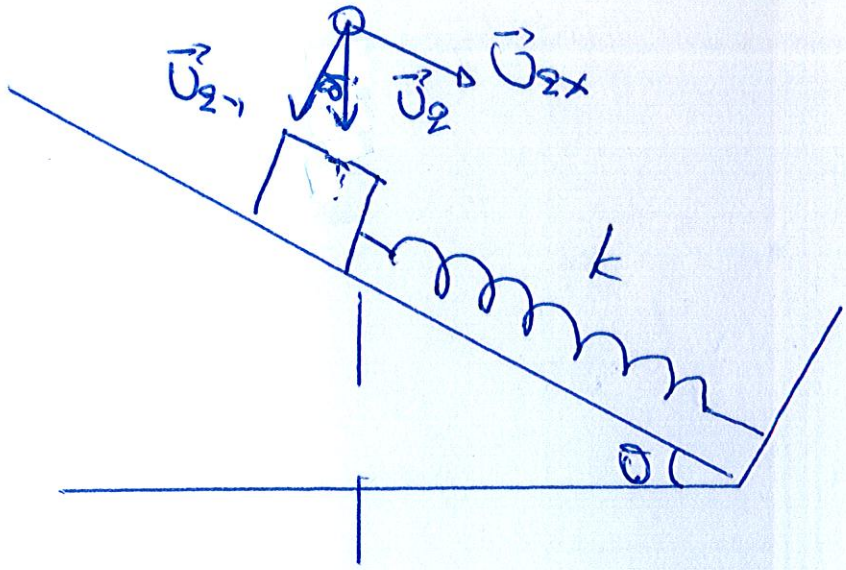
A.Δ.Μ.Ε

$$\cancel{K_A}^0 + U_A = K_\Gamma + \cancel{U_\Gamma}^0$$

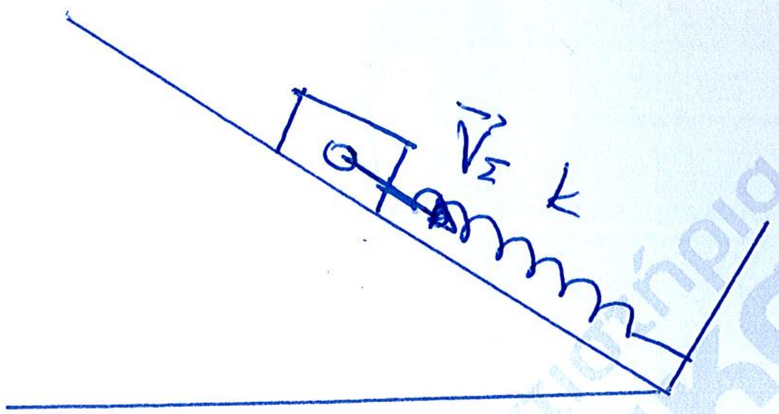
$$\Rightarrow \cancel{m_2} gh = \frac{1}{2}\cancel{m_2} v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \cdot \cancel{10} \cdot \frac{6}{\cancel{10}}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{12} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_2 = 2\sqrt{3}\ m/s}$$



Πριν



Η ορμή διατηρείται στον άξονα x'x.

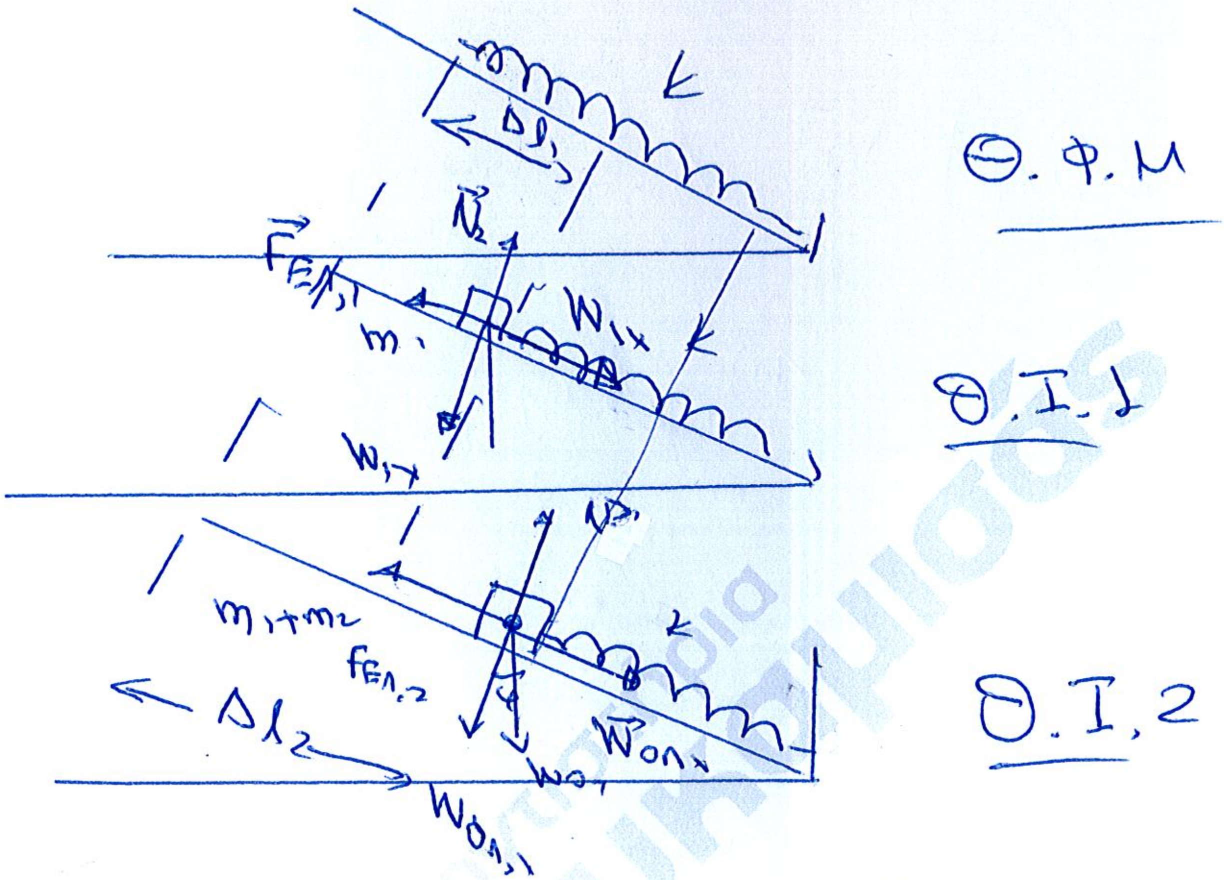
<u>Α.Δ.Ο : x'x</u>

$$\vec{P}_x = \vec{P}'_x \Rightarrow m_2 u_{2x} = (m_1+m_2)V_\Sigma$$

$$\Rightarrow m_2 u_2 \eta\mu\theta = (m_1+m_2)V_\Sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_\Sigma = \frac{m_2 u_2 \eta\mu\theta}{m_1+m_2} = \frac{3\cdot \cancel{2}\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}}{4} \Rightarrow \boxed{V_\Sigma = \frac{3\sqrt{3}}{4}\ \frac{m}{s}}$$

Γ.2)



Θ.Ι.1: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_{1x} = F_{Ελ,1} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 g ημφ = k\Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \dfrac{m_1 g ημφ}{k}$

$= \dfrac{1 \cdot 10 \cdot 1/2}{100} \Rightarrow \boxed{\Delta l_1 = 0{,}05\ m} = \frac{1}{20}\,m.$

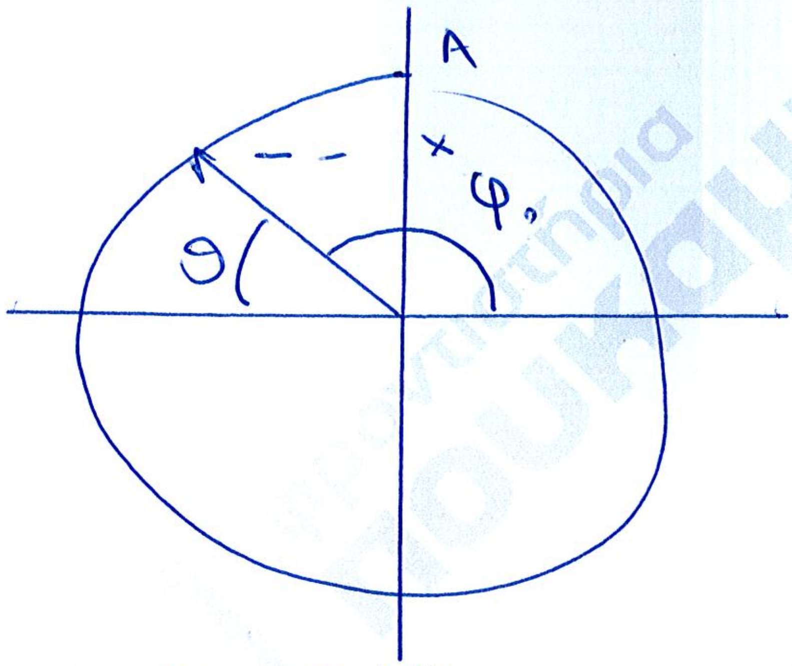
Θ.Ι.2: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_{ολ x} = F_{Ελ,2}$

$\Rightarrow (m_1+m_2) g\, ημφ = k\Delta l_2$

$\Rightarrow \Delta l_2 = \dfrac{(m_1+m_2) g\, ημφ}{k} = \dfrac{4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{100}$

$\Rightarrow \Delta l_2 = \dfrac{2}{10} \Rightarrow \boxed{\Delta l_2 = 0{,}2\,m}$

Γ3) Την χρονική στιγμή $t=0$.
το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε θέση πάνω από Θ.Ι ($x>0$) και κινείται με ταχύτητα αρνητική (κινείται προς βάση κεκλιμένου)



$$\etaμθ = \frac{x}{A} = \frac{0,15}{0,3} \Rightarrow \etaμθ = 1/2 \Rightarrow θ = \pi/6 \text{ rad}$$

$$φ_0 = \pi - θ \Rightarrow φ_0 = \pi - \pi/6 \Rightarrow \boxed{φ_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}}$$

$$D = k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{100}{4}} \Rightarrow \boxed{\omega = 5 \text{ rad/s}}$$

$$x = A\etaμ(\omega t + φ_0) \Rightarrow \boxed{x = 0,3\etaμ\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)}$$

Γ4)

$$K = 8U_T$$

Από Α.Δ.Ε.Τ

$$K + U_T = E_T \Rightarrow 8U_T + U_T = E_T$$

$$\Rightarrow 9U_T = E_T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 \cdot \cancel{\tfrac{1}{2}k}\, x^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}k}\, A^2$$

$$\Rightarrow x_1^2 = \frac{A^2}{9} \Rightarrow x_1 = \pm \frac{A}{9} = \pm \frac{0,3}{1}$$

$$= \pm \frac{3}{30} \Rightarrow \boxed{x_1 = \pm 0,1 \ m}$$

Αφού θέλει για 2η φορά και αρχικά κινείται προς τα αρνητικά, τότε $x_1 = +0,1$ m

$$x = \Delta l_2 - \Delta l_1 =$$

$$= 0{,}2 - 0{,}05 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}15\,m} \quad \frac{3}{30} \text{ u}$$

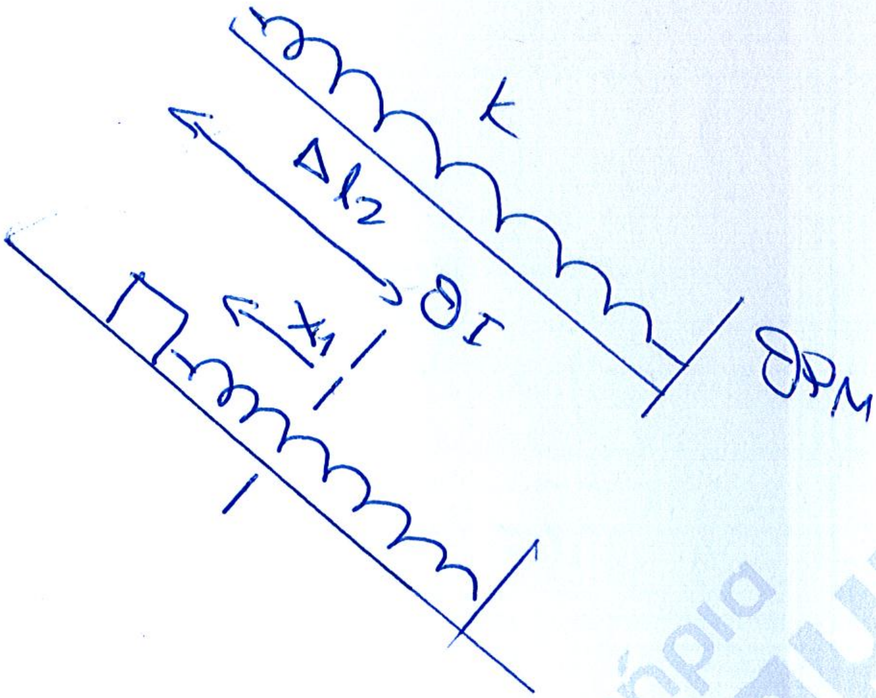
Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης Ενέργειας για την ταλάντωση

$$K + U_1 = E_T \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_\Sigma^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}V_\Sigma^2 + x^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{100} \cdot \frac{27}{4^2} + \frac{9}{400}} =$$

$$= \sqrt{\frac{27+9}{400}} = \sqrt{\frac{36}{400}} = \frac{6}{20} = A = 0{,}3\,m$$



$$\frac{|F_{E\lambda}|}{|F_{E\pi}|} = \frac{k(\Delta l_2 + x_1)}{k\,x_1} = \frac{\frac{2}{10} + \frac{1}{10}}{\frac{1}{10}}$$

$$= \frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{10}} \Rightarrow \boxed{\frac{|F_{E\lambda}|}{|F_{E\pi}|} = 3}$$

Θ. Δ Παλαιό

(1)

$M_1 = 6kg$

$\ell = 1m$

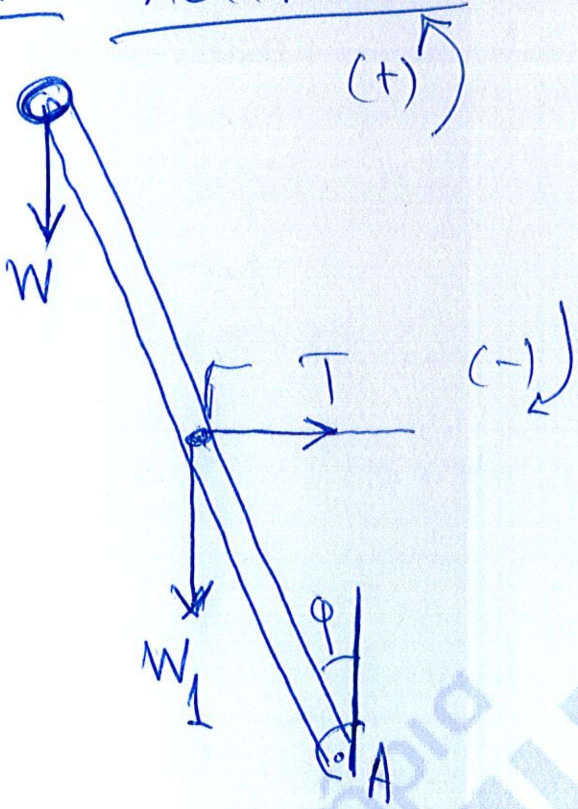
Σ: $m = 1kg$.

$r = 0{,}1m$

$R = 2{,}8m$

$\eta\mu\varphi = 0{,}6$

$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$



$$\Delta_1.\ \Sigma\vec{\tau}_{(A)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_W + \vec{\tau}_{W_1} + \vec{\tau}_T = 0 \Rightarrow$$

$$W\cdot\cancel{\ell}\cdot\eta\mu\varphi + W_1\frac{\cancel{\ell}}{2}\eta\mu\varphi - T\cdot\frac{\cancel{\ell}}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = 0$$

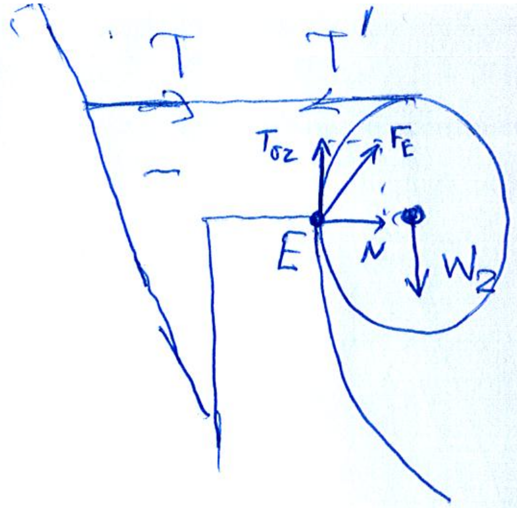
$$10\cdot 0{,}6 + 30\cdot 0{,}6 = \frac{T}{2}\cdot 0{,}8$$

$$6 + 18 = T\cdot 0{,}4 \Rightarrow$$

$$T = \frac{24}{0{,}4} \Rightarrow \boxed{T = 60N}$$

(2)

ii)



Από 3ο Ν.Ν.
νήμα αβαρές

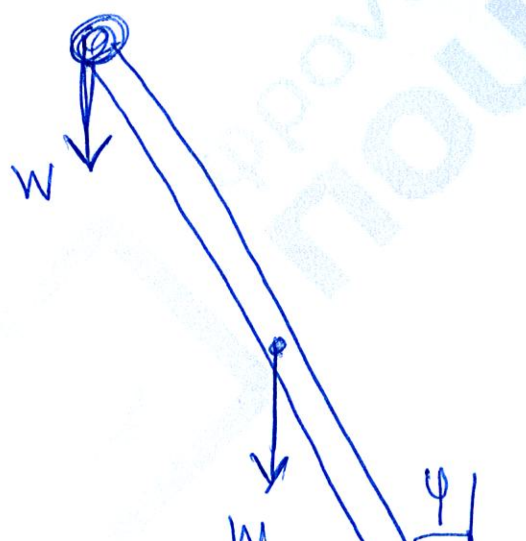
$|T| = |T'| = 60N$

$\Sigma \vec{\tau}_{(E)} = 0 \Rightarrow$

$T' \cdot r - W_2 \cdot r = 0 \Rightarrow W_2 = T' \Rightarrow$

$m_2 \cdot g = 60 \Rightarrow \boxed{m_2 = 6\ kg}$

Δ2/



$\Sigma \vec{\tau}_{(A)} = I_{(A)} \vec{a}_{\gamma}$ (1)

(3)

$$I_{(A)} = I_{P(A)} + m \cdot \ell^2$$

$$= \frac{1}{3} M_1 \cdot \ell^2 + m \cdot \ell^2$$

$$= \left(\frac{1}{3} M_1 + m\right) \ell^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot 6 + 1\right) \cdot 1^2$$

$$I_{(A)} = 3\ kg \cdot m^2$$

$$(1) \rightarrow w \cdot \ell \cdot \eta\mu\varphi + w_1 \frac{\ell}{2} \eta\mu\varphi = I_{(A)} \cdot a_\gamma$$

$$10 \cdot 1 \cdot 0{,}6 + 60 \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 = 3 \cdot a_\gamma \Rightarrow$$

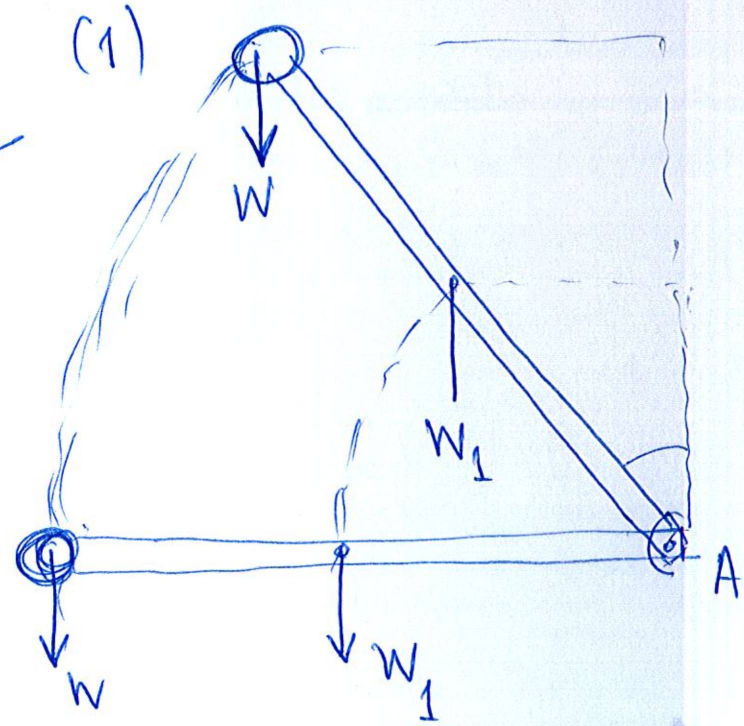
$$6 + 18 = 3 \cdot a_\gamma \Rightarrow$$

$$a_\gamma = \frac{24}{3} \Rightarrow \boxed{a_\gamma = 8\ rad/s^2}$$

(4)

Δ3

i



$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_2 - K_1 = W_w + W_{w_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_{(A)} \omega_2^2 - 0 = M \cdot g \cdot \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + M_1 \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \omega_2^2 = 10 \cdot 1 \cdot 0{,}8 + 60 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} \omega_2^2 = 8 + 24 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2} \omega_2^2 = 32 \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{64}{3}$$

$$\omega_2 = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow \omega_2 = \frac{8\sqrt{3}}{3} \, rad/s$$

$$|\Delta\vec{L}| = |\vec{L}_{τελ} - \cancel{\vec{L}_{αρχ}}^{\,0}|$$

$$|\Delta\vec{L}| = |L_{τελ}|$$

$$|\Delta L| = I_{(A)}\cdot\omega_2 = \cancel{3}\cdot\frac{8\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

$$|\Delta L| = 8\sqrt{3}\ kg\,m^2/s$$

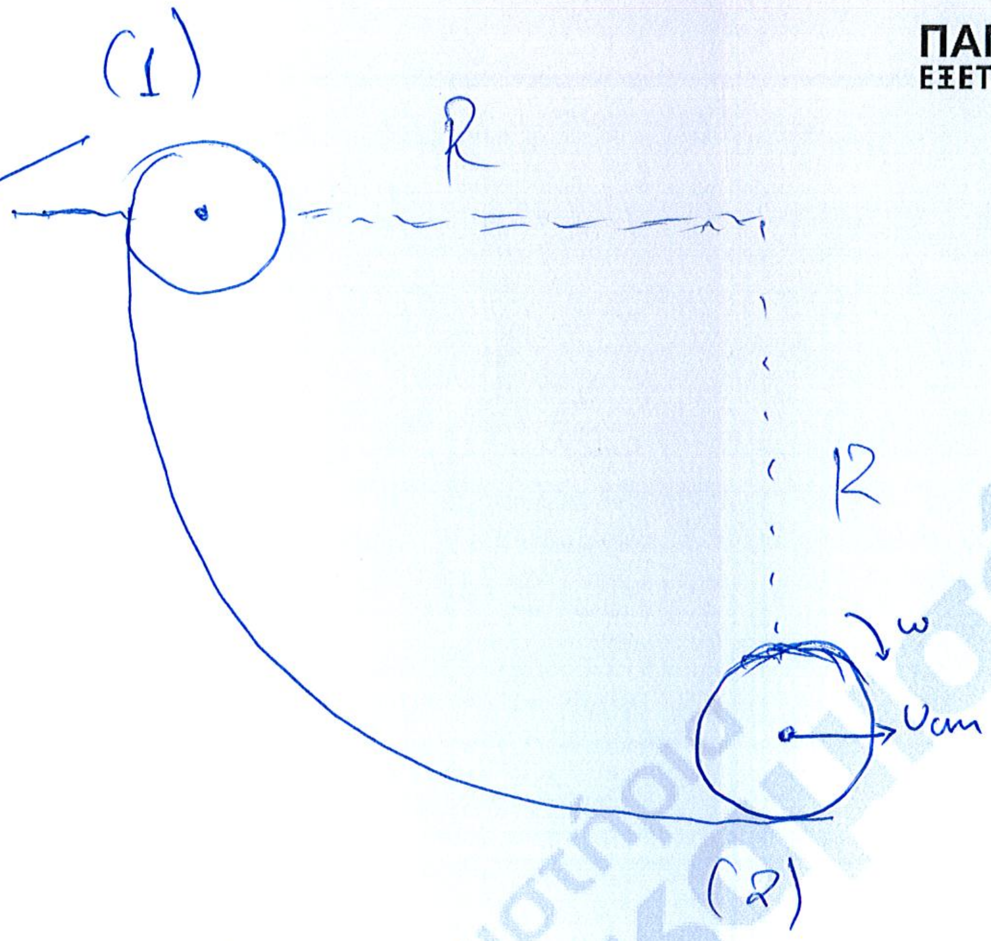
ii)

κάθετη στο κατακόρυφο επίπεδο περιστροφής του στερεού
με φορά αυτή του σχήματος

(6)

Δ4

$v_{cm} = ;$



$K_2 - K_1 = \Sigma W \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m_2 v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \cdot \omega^2 = m_2 \cdot g (R - r)$

$\frac{1}{2} \cancel{m_2} \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cancel{m_2} \cdot r^2 \omega^2 = \cancel{m_2} \cdot g (R - r)$

$\frac{1}{2} v_{cm}^2 + \frac{1}{4} v_{cm}^2 = g (R - r) \Rightarrow$

$\frac{3}{4} v_{cm}^2 = g (R - r) \Rightarrow v_{cm} = \sqrt{\frac{4 (R - r) g}{3}}$

$v_{cm} = \sqrt{\frac{4 (2{,}8 - 0{,}1) \cdot 10}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 27}{3}}$

$\boxed{v_{cm} = 6 \ m/s}$

$\frac{\Delta 5}{i)}$ (7)

$N = \frac{S}{2\pi r}$

$N = \frac{\frac{\cancel{2\pi} R}{4}}{\cancel{2\pi} r} \Rightarrow N = \frac{R}{4r}$

$N = \frac{2,8}{4 \cdot 0,1} \Rightarrow N = 7$ περιστρ.

ii)

$S = v_{cm}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{S}{v_{cm}} \Rightarrow$

$\Delta t = \frac{\pi}{6} s$

$v_{cm} = \omega \cdot r \Rightarrow \omega = \frac{v_{cm}}{r} \Rightarrow \omega = \frac{6}{0,1}$

$\boxed{\omega = 60 \text{ rad/s}}$

$\Theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Theta = 60 \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Theta = 10\pi$ rad

$N' = \frac{\Theta}{2\pi} \Rightarrow N' = \frac{10\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 5$ περιστ.